

ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБИНСЬКОГО

Інститут математики, фізики і технологічної освіти
Кафедра алгебри і методики навчання математики

ДИПЛОМНА РОБОТА
на тему: «Методика вивчення функціональних
рівнянь у старшій школі»

Студентки 1 курсу групи САМЗ

Галузі знань 0402 Фізико-математичні науки

Спеціальності 7.04020101 Математика*

Приймак Наталії Василівни

Науковий керівник: доцент кафедри алгебри і
методики навчання математики, кандидат
педагогічних наук Михайленко Л.Ф.

Національна шкала _____

Кількість балів: _____ Оцінка: ECTS _____

Голова комісії: _____
(підпис) (прізвище та ініціали)

Члени комісії: _____
(підпис) (прізвище та ініціали)

Вінниця – 2016

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ФУНКЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ	7
1.1 Мета, зміст та особливості вивчення функціональних рівнянь у процесі навчання математики в старшій школі.....	7
1.2 Психолого-педагогічні особливості навчання математики у старшій школі	14
1.3 Технології організації процесу розв’язування функціональних рівнянь в старшій школі описані в методичній літературі.....	18
Висновки до розділу 1	21
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В СТАРШІЙ ШКОЛІ	23
2.1 Основні види і способи розв’язування функціональних рівнянь в старшій школі.....	23
2.1.1 Види функціональних рівнянь та методи їх розв’язування. Рівняння Коші.	23
2.1.2 Розв’язування функціональних рівнянь методом підстановки та за допомогою методу зведення функціонального рівняння до відомого рівняння та допомогою заміни змінної або функції.	29
2.1.3 Використання значення функції в деяких точках.....	42
2.2 Розв’язування функціональних рівнянь запропонованих на математичних олімпіадах різних рівнів	43
2.3 Методичні рекомендації щодо вивчення теми «Функціональні рівняння»	47
2.4 Організація та проведення апробації результатів дослідження.....	54
Висновки до розділу 2	59
ВИСНОВКИ.....	60
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	62

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Математика відіграє важливу роль у формуванні інтелекту людини. Одне з найважливіших математичних умінь, яке повинні опанувати всі учні – це вміння розв’язувати рівняння. Знайти корені рівняння, розв’язати текстові задачі за допомогою складання рівняння, звести деякий процес до розв’язання рівняння і т. д., тобто рівняння одночасно самі по собі є і задачами і способами розв’язання задач, а вміння розв’язувати їх необхідні всім учням школи. Одним з видів таких рівнянь є функціональні рівняння [8].

Важлива роль у підготовці майбутніх фахівців належить розвитку умінь будувати та досліджувати різноманітні залежності, зокрема функціональні. Функції дозволяють у багатьох випадках розглядати з єдиних позицій різні теорії та факти всередині самої математики. Таким чином, вивчення функцій є центральним у курсі математики як з теоретичного, так і прикладного погляду, особливо при поглибленому вивченні математики в профільних фізико-математичних класах, діяльність яких спрямована на виховання майбутньої наукової та технічної еліти [1]. У Концепції навчання в старшій школі наголошується на масовому характері профільної фізико-математичної освіти, яка в сучасних умовах спрямовується на навчання не лише обдарованих учнів. Звідси глибоке оволодіння навчальним матеріалом функціональної змістової лінії необхідне для всіх випускників фізико-математичних класів [13,19].

Водночас практика навчання показує, що при вивченні функцій учні часто стикаються з труднощами, роблять помилки під час їх знаходження, дослідження та використання. Проте наявність цих знань та умінь, на думку викладачів математичних кафедр університетів, є конче потрібною для якісного опанування математики у вищих навчальних закладах [17]. Проблема організації вивчення функцій завжди перебувала в центрі уваги педагогічної науки і практики. Концепції змісту навчання функцій, зокрема

поглибленого, розробляли математики і методисти О. Д. Александров, П. С. Александров, Н. Я. Віленкін, В. Г. Дорофєєв, Г. М. Карпенко, Т. В. Колесник, А. М. Колмогоров, В. Г. Кузнєцов, О. І. Маркушевич, Ф. Ф. Нагибін, Є. І. Нелін, Т. А. Пєсков, В. І. Севбо, З. І. Слєпкань, С. О. Теляковський, Ф. В. Томашевич, А. Я. Хінчин, Т. М. Хмара, С. І. Шварцбурд, Г. Є. Шилов, М. І. Шкіль, І. М. Яглом та ін. Широке коло питань, пов'язаних з організацією вивчення функцій, досліджено в працях М. М. Білоцького, М. І. Жалдака, Т. В. Крилової, В. І. Лагна, В. Г. Моторіної, Г. О. Михаліна, Л. І. Нічуговської, Л. Л. Панченко, М. В. Працьовитого, С. А. Ракова, С. П. Семенця, О. І. Скафи, Н. А. Тарасенкової та ін [18].

Функціональні рівняння фактично не розглядаються в програмі шкільного курсу, але пропонуються на математичних олімпіадах різних рівнів починаючи з 9 класу [44]. Функціональні рівняння знайшли численні застосування в теорії автоматичного керування, при вивченні процесу згоряння палива в ракетних двигунах, в економічних моделях довгострокового прогнозування, у задачах електродинаміки, біології, медицини й у багатьох інших областях науки і техніки, число яких неухильно збільшується. Розв'язання окремих функціональних рівнянь вимагає досить глибокого розуміння предмета і прищеплює любов до самостійної творчої роботи [33].

Таким чином, актуальність проблеми дослідження методики викладання функціональних рівнянь в профільній школі зумовлена важливістю формування в учнів математичних компетентностей як невід'ємної складової загальнолюдської культури; необхідністю впровадження у шкільну практику такого типу рівнянь; необхідністю удосконалення методики вивчення рівнянь у старшій школі з огляду на питання систематизації та узагальнення набутих в основній школі знань і вмінь, можливості реалізації внутрішньо-предметних та міжпредметних зв'язків, профілізації старшої школи.

Об'єктом дослідження є навчання математики в старшій школі.

Предмет дослідження – навчання учнів розв’язуванню функціональних рівнянь в старшій школі.

Мета дослідження – ознайомитись із основними видами функціональних рівнянь, систематизувати прийоми і методи їх розв’язування й теоретично обґрунтувати можливості опанування учнями методами розв’язування функціональних рівнянь в профільній школі.

Для досягнення поставленої мети були поставлені такі **завдання**:

- вивчити теоретичні відомості про функціональні рівняння, що лежать в основі сучасної математичної освіти;
- з’ясувати стан вивчення проблеми у методичній літературі та рівень її практичної реалізації у навчанні математики в профільній школі;
- виділити основні прийоми і методи навчання учнів розв’язувати функціональні рівняння у процесі вивчення математики в профільній школі.

Для розв’язання поставлених завдань використано такі **методи дослідження**:

- теоретичні – аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, аналіз шкільних програм, календарних, тематичних планів учителів математики, підручників і навчальних посібників з математики, аналіз та обробка результатів педагогічного експерименту;
- емпіричні – спостереження, анкетування учнів, тестування, бесіди з учителями та учнями, педагогічний експеримент (констатувальний, формувальний), систематизація та узагальнення фактичного матеріалу дослідження.

Наукова новизна та практичне значення одержаних результатів дослідження полягає в тому, що:

- виділено основні типи функціональних рівнянь, що вивчаються в старшій школі та методи розв’язування функціональних рівнянь в старшій школі, що описані в методичній літературі;

- виокремлено методичні рекомендації щодо формування знань та умінь учнів розв'язувати функціональні рівняння;
- матеріали і висновки дослідження можуть бути використані вчителями математики та студентами-практикантами для удосконалення організації навчального процесу з математики.

Основні результати доповідалися й обговорювалися на засіданні кафедри алгебри і методики навчання математики. Результати дослідження впроваджено в практику роботи Вінницького технічного ліцею. Апробація результатів дослідження здійснювалася під час проходження педагогічної практики у 11 класі Вінницького технічного ліцею.

Робота складається з вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків та списку використаних джерел.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Адамар Ж. Исследования психологии изобретения в области математики / Ж. Адамар; [пер. с франц.]. – М.: Сов. радио, 1972. – 152 с.
2. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: плани-конспекти уроків за підручником Є.П. Неліна / [Є.П. Нелін, О.Є. Долгова, О.М. Роганін та ін.] – Х.: Світ дитинства, 2008. – 396 с.
3. Алгебра і початки аналізу. 10 клас: пробний підручник / [О.М. Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко]. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. – 456 с.
4. Алгебра і початки аналізу. 11 клас: пробний підручник / [О.М. Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Сліпенко]. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004. – 384 с.
5. Алексюк А.М. Загальні методи навчання в школі / А.М. Алексюк. – К.: Рад. шк., 1981. – 206 с.
6. Аллагулова И.Н. Формирование математической компетентности старшеклассника в образовательном процессе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Аллагулова Ирина Николаевна. – Оренбург, 2007. – 190 с.
7. Амелькин В.В. Задачи с параметрами: справ. пособие по математике/ В.В. Амелькин, В.А. Рабцевич. – Минск: Асар, 1996. – 434 с.
8. Андреев А. А., Кузьмин Ю. Н., Савин А. Н., Саушкин И. Н. Функциональные уравнения. – Самара: В мире науки, 1999. – 120 с.
9. Анікушин А. В., Арман А. Р., Данилова А. Є. та ін. Математичні олімпіадні змагання учнів України: 2009 – 2010: навч. – метод. посіб.
10. Апатова Н.В. Влияние информационных технологий на содержание и методы обучения в средней школе: автореф. дисс. на соискание учен. степени доктора пед. наук: 13.00.02. “Теория и методика обучения и воспитания (информатика)” / Н.В. Апатова. – М., 1994. – 44 с.
11. Артёмов А.К. Методологические основы методики формирования математических умений школьников: автореф. дисс. на

соискание учен. степени доктора пед. наук: 13.00.02. “Теория и методика обучения и воспитания (математика)” / А.К. Артёмов. – Л., 1986. – 48 с.

12. Арюткина С.В. Формирование обобщенных приемов решения уравнений и неравенств с параметрами у учащихся 8 – 9 классов: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / Арюткина Светлана Владимировна. – Арзамасс, 2001. – 144 с.

13. Атанов Г.А. Возрождение дидактики – залог развития высшей школы/ Г.А. Атанов. – Донецк: ДООУ, 2003. – 180 с.

14. Ачкан В.В. Вивчення рівнянь та нерівностей в умовах впровадження компетентнісного підходу до навчання / В.В. Ачкан // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції “Європейська освіта XXI сторіччя – 2007” – том 5. Педагогічні науки. Психологія та соціологія. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2007. – С. 62 – 64.

15. Ачкан В.В. До проблеми реалізації компетентнісного підходу в навчанні математики / В.В. Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – № 1. – Бердянськ: БДПУ, 2007. – С. 60 – 65.

16. Ачкан В.В. Формування процедурної компетентності старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей / В.В. Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – № 4. – Бердянськ: БДПУ, 2007. – С. 138 – 144.

17. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения / Ю.К. Бабанский. – М.: Педагогика, 1977. – 348 с.

18. Балл Г.О. Культурологічні та психолого-педагогічні аспекти гуманізації освіти./Г.О. Балл – К.: Наук. думка, 1998. – 256 с.

19. Баранов С.П. Педагогика / С.П. Баранов, Л.Р. Болотина, В.А. Сластелин. – М.: Просвещение, 1987. – 368 с.

20. Баранова Е.В. Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе: автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. пед. наук: спец. 13.00.02 “Теория и методика

обучения и воспитания (математика)” / Е.В. Баранова. – Саранск, 1999. – 17 с.

21. Баркасі В.В. Формування професійної компетентності в майбутніх учителів іноземних мов: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04 “Теорія і методика професійної освіти” / В.В. Баркасі. – О., 2004. – 21 с.

22. Бродський Я. С. Граничний перехід і функціональні рівняння/ Я. С. Бродський, А. К. Сліпенко. – Газета «Математика», 1998 р.

23. Бродський Я. С., Сліпенко А. К. Функціональні рівняння і групи/ Я. С. Бродський, А. К. Сліпенко. – Журнал «Квант», № 7., 1985 р.

24. Бродский Я. С., Слипенко А. К. Функциональные уравнения. – К.: Вища школа. Головное издательство, 1983. – 96 с.

25. Вікова психологія / За ред. Г.С. Костюка. – К.: Вища школа, 1976. – 269 с.

26. Виленкин Н.Я. Алгебра и математический анализ для 10 класса: учебное пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбург – М.: Просвещение, 1992. – 335 с.

27. Виленкин Н.Я. Алгебра и математический анализ для 11 класса: учебное пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбург. – М.: Просвещение, 1993. – 228 с.

28. Виленкин Н.Я. Функции в природе и технике / Н.Я. Виленкин. – М.: Просвещение, 1985. – 152 с.

29. Войтенко Т. Разноуровневое обучение: положительные результаты и негативные последствия // Т. Войтенко, М. Соколова, В. Уланов – 2001. – № 2. – С. 15-23.

30. Вороний О. М. Розв’язування функціональних рівнянь метод Коші / О.М. Вороний. – Газета «Математика» № 40, 2002 р.

31. Вороний О. М. Ще раз про функціональні рівняння / О.М. Вороний. – Київ, Вища школа, 1997 р.

32. Гопаченко В. В. Функціональні рівняння/ В. В. Гопаченко. – Газета «Математика» № 11, № 12, 2002 р.
33. Колягін Ю. М. Про функціональні рівняння/ Ю. М. Колягін. – Журнал «Математика в школі» № 5, 1959 р.
34. Колтуновський О. А. Графічне розв'язування функціональних рівнянь $f(x)=f(f(x))$ / О. А. Колтуновський. – Журнал «Математика в школі» № 3, 1996 р.
35. Конет І. М. Обласні математичні олімпіади / І. М. Конет, В. Г. Паньков, В. М. Радченко, Ю. В. Теплінський. – Кам'янець-Подільський : Абетка, 2000. – 304 с.
36. Кремень В. Старша школа має перейти на профільне навчання / В. Кремень – Освіта України. – 2002. – № 49. – С. 3.
37. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / Крутецкий В. А. – М. : Педагогика, 1969. – 247 с.
38. Лопшиц А. М. Функциональные уравнения / А. М. Лопшиц // Квант. – 1975. – № 1. – С. 30–35.
39. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Задачі Міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв'язування. – Львів. Євросвіт, 1999.
40. Лейфура В. М. Математичні олімпіади школярів України. 1991–2000 рр. / В. М. Лейфура, І. М. Мітельман, В. М. Радченко, В. А. Ясінський. – К. : Техніка, 2003. – 541 с
41. Лихтарников Л. М. Элементарное введение в функциональные уравнения.– СПб.: Лань, 1997. – 160 с.
42. Недокіс В. А. Розв'язування найпростіших функціональних рівнянь методом підстановок / В. А. Недокіс // У світі математики. – 1978. – № 4. – С. 33–40.
43. Просветов Г. И., Функциональные уравнения: задачи и решения: учебно-практическое пособие. – М.: «Альфа-пресс», 2010. – 48с.

44. Радченко В. М. Задачі міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв'язання / В. М. Радченко, В. А. Ясінський. – Львів : Євросвіт, 1999. – 128 с.
45. Сарана О. А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: навч. посіб. – К.: Видавництво А. С. К., 2004 – 344 с.
46. Семенець С. Про вивчення функцій у класах фізико-математичного профілю/ С. Семенець // Математика в школі. - 2005. - №7.
47. Смишляєв В. К. Найпростіші функціональні рівняння / В. К. Смишляєв, М. В. Смишляєва // У світі математики. – 1978. – № 9. – С. 203–211.
48. Хуторской А. В. Современная дидактика. Учебное пособие. 2-е издание, переработанное / А. В. Хуторской. – М. : Высшая школа, 2007. — 639 с.
49. Ясінський В. А. Олімпіадна математика: функціональні рівняння, метод математичної індукції. – Х.: Вид. група «Основа», 2005. – 96 с.