

СПЕЦИФІКА НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ В СТАРШИХ КЛАСАХ ЄВРОПЕЙСЬКИХ ШКІЛ

Анотація. У даній статті розглянуто основні проблеми вивчення стереометрії у старших класах та можливості їх вирішення шляхом використання зарубіжних практик. Зокрема, представлено методичні аспекти вивчення геометрії в Німеччині та Великобританії, а також досліджено можливості інтегрування нових підходів в українську систему освіти.

Здійснено порівняння педагогічних ідей двох абсолютно різних вчених, які намагалися розвинути інтуїтивні навички учнів за допомогою різних практичних завдань, таких як малювання, вимірювання, уявлення та маніпулювання фігурами, що може бути корисним для сучасного навчання геометрії.

Ключові слова: методичні аспекти, «геометричне око», інтуїтивний підхід, дедуктивний підхід.

Постановка проблеми. У процесі навчання геометрії в старших класах вчителі мають проблему недостатньо розвиненої просторової уяви учнів, що викликає ряд труднощів під час розв'язування задач. Підбір доцільної методики викладання – справжній виклик для сучасного вчителя, адже йому необхідно виділити в стереометрії такі аспекти, що зацікавлять учня, спрощуватимуть процес навчання та активізуватимуть пізнавальну діяльність. Важливо створити такі умови для пізнавальної діяльності учнів, щоб максимально зосередити їх увагу на дослідження стереометричних проблем, формуванні чітких уявлень про різні геометричні об'єкти, адже сучасний учень має багато перешкод для ефективного навчання у своїх гаджетах та смартфонах, де геометрія здається далеко не найважливішою проблемою.

Дослідження українських підходів до пояснення складних просторових законів показує, що в більшості випадків вчителі звертаються до динамічних середовищ 3D-геометрії, які, з одного боку, підвищують рівень розуміння учнями певних явищ, а з іншого, мінімізують їх здатність до самостійного уявлення геометричних тіл.

Таким чином, виникла проблема одноманітності викладу, з'явилась необхідність в пошуку нових ідей для інтенсифікації навчального процесу, і, можливо, саме досвід зарубіжних колег допоможе удосконалити власні навички та підходи.

Варто зазначити, що підвищення ефективності навчання стереометрії, на сьогодні, є одним з найважливіших завдань вчителя, адже, в зв'язку з введенням обов'язкового складання ЗНО кожен учень повинен володіти хоча б елементарними знаннями та базовими вміннями розв'язувати стереометричні задачі, а не «боятись» навіть слова «простір» чи «прямокутний паралелепіпед» як це часто відбувається зараз.

Мета: дослідити підходи до вивчення стереометрії деяких європейських країн з розглядом подальшого інтегрування цих підходів в українську систему освіти.

Виклад основного матеріалу. Розглядаючи методичні аспекти навчання геометрії різних європейських країн, хотілось би звернути найбільшу увагу саме на наукові здобутки Німеччини та Великобританії.

У дослідженні ІСМІ щодо викладання та вивчення геометрії науковець Віллані зробив висновок, що «було б неправильним твердження, що можна розробити навчальну програму з геометрії, що має загальну силу» [2]. Він прагнув довести, що підходи до навчання геометрії не можуть бути сталими для усіх країн, учнів чи вчителів. Вони повинні видозмінюватись, зважаючи на потреби та можливості навчального процесу аби щоразу давати кращий результат.

Звертаючись до історичних витоків, варто сказати, що в Англії до початку 20 століття навчання геометрії завжди означало безпосереднє вчення Евкліда. У 1871 р.

університетськими математиками та викладачами з державних шкіл була заснована Асоціація вдосконалення геометричного викладання (попередник Математичної асоціації) з метою вдосконалення викладання геометрії. Щоб запропонувати альтернативу елементам Евкліда, члени цієї асоціації обговорили методи доведення та порядок теорем. Однак ці зусилля не змогли змінити викладання геометрії, частково через те, що Кейлі, найпотужніший в той час математик Кембриджу, виступив проти радикальної реформи, і що ще важливіше, тому що комітети з екзаменів, такі як Оксфорд та Кембридж, неохоче переглядали свої вимоги до іспиту [2].

Незабаром, у Великобританії домовилися про впровадження зовсім нового, практично-інтуїтивного підходу, який на ранніх етапах викладання геометрії в середніх та старших школах мав допомогти учням отримати основу навичок розв'язувати "геометрію" на основі дедуктивних доведень на пізніх етапах.

У Німеччині провідний математик Ф. Кляйн також виступав за те, щоб математика в школах була реорганізована з точки зору "функціонального мислення" [1]. Його пропозиція мала великий вплив на "Звіт про реформи щодо викладання математики та природничих наук"? який зазвичай називали "Доповідь Мерана". У "Звіті Мерана" практичні та інтуїтивні підходи вважалися важливими для вивчення геометричних концепцій, а ранні етапи геометрії були прописані в "Пропедевтичній геометрії".

П. Треутлейн (1845-1912), керівник реалістичної гімназії в Карлсруе, намагався створити власну "пропедевтичну геометрію, запропоновану в доповіді Мерана в 1905 р.

Треутлейн стверджував, що дуже важливо розвивати «уяву» учнів через вивчення геометрії, а точніше, його геометрична інтуїтивна інструкція особливо спрямована на розвиток «просторових інтуїтивних навичок».

Завданням, з яким Треутлейн досяг цієї мети, була вправа "Формування нових фігур" (рис. 1) [2].

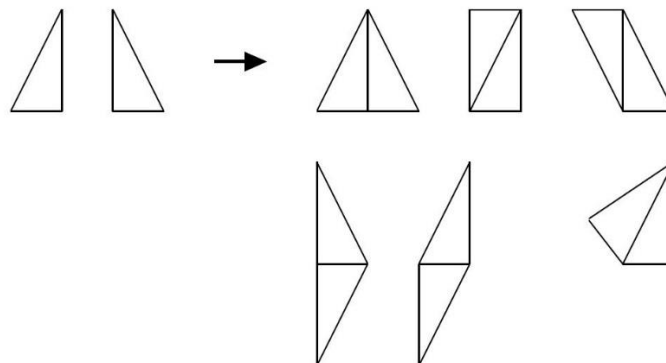


Рис.1 «Формування нових фігур»

У завданні (рис. 1) від учнів вимагалось скласти нові фігури, використовуючи трикутники. Особливо важливо, що вони мають маніпулювати ними в голові, а не будувати на аркушах відповідні рисунки. Треутлен заявив, що "ці завдання спрямовані на досягнення самостійного створення учнями «нових» фігур та максимальне стимулювання їх просторової уяви. Також учні повинні були перевертати фігури (відображення), коли вони намагалися зробити нові, для того, аби вони не прив'язувались до стандартних моделей [2]. Завдяки такій діяльності учні можуть уявити собі всі комбінації фігур, і дещо несвідомо формувати об'ємні геометричні тіла, як, наприклад, піраміда, в основі якої лежить трикутник. Такий підхід до вивчення геометрії допоможе якісно підвищити рівень розвитку просторової уяви та візуалізації реальних об'єктів.

Іншим прикладом розвитку навичок уяви учнів є вивчення «повітряного кубика» (derLuftwürfel) - уявного куба у свідомості. Наприклад, вивчаючи конкретну модель

куба, від учнів вимагалось уявити «повітряний кубик» і за допомогою рук виконувати такі завдання, як пошук паралельних граней, перпендикулярних ребер тощо. Треутлен вважав, що геометричні зображення учнів будуть додатково збагачені завдяки діяльності з «повітряним кубиком» після вивчення конкретних моделей кубів [2]. Варто зазначити, що така ідея сьогодні практикується і для вивчення інших геометричних тіл, таких як: піраміда, призма, конус та інші. Важливо, щоб учні на початкових етапах вміли «розбирати» у своїй уяві навіть найпростіші фігури на дрібні деталі, тоді і процес дослідження набагато складніших геометричних тіл спрощується.

Цікавою особливістю в інструкції Треутлейна також є те, що він настійливо рекомендував вчити геометрію починаючи з конкретних моделей фігур, будь-то металеві, дерев'яні чи паперові моделі, але тільки не зі спостереження за повсякденними речами. Треутлейн вважав, що не було б доречним використовувати, наприклад, столи, вікна, для розвитку «просторових інтуїтивних навичок», оскільки, по-перше, такі речі порушуватимуть зосередженість учнів, по-друге, вони не знайдуть геометричних фігур у звичних речах, якщо у їхній уяві немає зображень тих чи інших фігур [2]. Тобто речі у повсякденному житті не можуть бути «зовнішньою інтуїцією», яка потім безпосередньо формуватиме «внутрішню інтуїцію» у свідомості учнів. Цю ідею Треутлейна можна пояснити на прикладі лікарів: якщо вони можуть діагностувати різні медичні проблеми за допомогою рентгенівських знімків, то ми не можемо, адже лікарі мають попередні знання про хвороби, а ми - ні.

В той же час, англійський вчений К. Годфрі, досліджував проблеми навчання геометрії, відкриваючи досить схожі, але, водночас, абсолютно різні ідеї. Він вважав, що в навчанні геометрії слід досягти розумного поєднання експериментального, інтуїтивного та дедуктивного підходів [2].

Годфрі намагався довести, що учні повинні «бачити» ті чи інші властивості не залежно від реальних вимірювань чи дедуктивних міркувань, а від «інтуїції». Варто звернути увагу на його поняття "геометричного ока", щоб уточнити, що він мав на увазі. Він підкреслив, що для вирішення математичних задач треба використовувати "геометричну силу". Він описує її як "силу, що проявляється несвідомо при розв'язуванні «вершиника», (в його розумінні - складна геометрична задача)"[2]. Годфрі прагнув, щоб кожен вчитель сприяв розвитку в учня «геометричного ока», що полягатиме у вмінні «від'єднати» властивості від конкретної фігури та вміти вільно ними оперувати. Навіть експериментальні вправи в підручниках Годфрі та Сіддона були ретельно підібрані та сконструйовані так, щоб вони призвели до вимоги доведення певної теореми, а вже потім показали результат цього доведення.

Ідею підходу Годфрі можемо проілюструвати на наступній задачі [3]:

Площина α перетинає сторони $\triangle ABC$ у точках M і K ($M \in AB$; $K \in BC$) так, що: $AC \notin \alpha$, $AM : MB = 2 : 5$, $AM : MB = 2 : 5$ (рис. 2). Знайдіть AC , якщо $MK = a$.

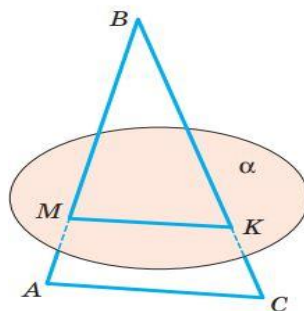


Рис. 2. Приклад застосування «геометричного ока»

В даному випадку підхід «геометричне око» полягає в тому, що учень повинен спершу припустити чи побачити ймовірність того, що трикутники АВС та МВК, скоріш за все, подібні, а вже тоді намагатись довести цей факт.

На перший погляд, це занадто проста ідея і нічого важливого вона не підкреслює, та, варто відмітити, що далеко не всі учні в класі зможуть відразу дійти висновку, що починати розв'язання треба саме з доведення подібності трикутників. Так, якщо на уроці вивчається подібність фігур, то учні «шукатимуть» її серед усіх даних, але якщо така задача зустрічається в 10 класі під час вивчення теми «Паралельність прямої і площини», то пригадати попередні знання зможуть лише деякі учні.

Як ми бачимо, Треутлейн вважав, що дуже важливо розвивати навички просторової уяви з геометрії, Годфрі обговорив важливість інтуїції в геометрії, використовуючи поняття "геометричне око". Підсумовуючи це, обидва вони припускали, що важливо спершу розвивати вміння створювати та маніпулювати геометричними образами у свідомості, а потім застосовувати їх для аналізу геометричних задач. Вони також запропонували, що такі навички слід активно розвивати через відповідні завдання з геометрії.

Сучасні науковці активно поєднують свої підходи з ідеями Годфрі та Треутлейна, вважаючи, що це одні з базових кроків у процесі кращого засвоєння та сприйняття стереометрії та геометрії в цілому. Також, з міркувань сучасних конструкцій навчальних програм з геометрії завдання Треутлейна та Годфрі можуть надати нові можливості вирішити питання розвитку інтуїції в геометрії [1].

Якщо говорити про поєднання досвіду досліджуваних європейських країн з українськими підходами, варто зазначити, що зосередження уваги на розвитку просторової уяви та самостійному дослідженню геометричних тіл сприяло б більш ефективному навчанню, в порівнянні з постійним проектуванням об'єктів в програмних середовищах.

Висновки. Досліджуючи досвід закордонних педагогів ми завжди можемо знайти цікаві нові та навіть ефективні підходи, але й варто пам'ятати, що кожна методика має свої недоліки і повинна підбиратись відповідно до можливостей класу та освітніх вимог. Вчитель завжди може удосконалювати свої вміння та навички, збагачувати свої уроки інноваційними підходами, але, в першу чергу, дбати про комфортну пізнавальну атмосферу для учнів, бо лише таким чином, можна досягнути високих результатів в процесі вивчення будь-якої теми.

Список використаних джерел

1. Fujita T. Geometrical intuition and the learning and teaching of geometry. / T. Fujita, S. Yamamoto, K. Jones. // Topic Study Group on the teaching of geometry at the 10th International Congresson Mathematical Education. – 2004. – С. 4–11.
2. Fujita T. The role of intuition in geometry education: learning from the teaching practice in the early 20th century / T. Fujita, S. Yamamoto, K. Jones. // Topic Study Group on the teaching of geometry at the 10th International Congresson Mathematical Education. – 2004. – С. 4–11.
3. Бевз Г.П. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. — 288 с. : іл.

SPECIFICITY OF GEOMETRY TEACHING IN THE HIGHER CLASSES OF EUROPEAN SCHOOLS

Abstract. This article deals with the main problems caused by the study of stereometry in the upper classes and the possibility of solving them by using foreign practices. In particular, the methodological aspects of geometry study in Germany and the UK are presented, as well as the possibility of integrating new approaches in to the Ukrainian education system.

The pedagogical idea softwo completely different scientists have been compared, trying to develop students' intuitives kills through various practical tasks, such as drawing, measuring, imagining and manipulating figures, which may be use ful for modern geometry learning.

Keywords: *methodical aspects, "geometric eye", intuitive approach, deductive approach.*

Владислав Мартинюк

ФОРМУВАННЯ ЙМОВІРНІСНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ЧЕРЕЗ РЕАЛІЗАЦІЮ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

Анотація. *На прикладах конкретних задач розкрито важливість міжпредметних зв'язків. Задачі ймовірнісного характеру є цілком посильні для розв'язання і сприяють розвитку логічного мислення та професійно значущих знань і умінь учнів; підвищують активність навчальної діяльності, сприяють створенню позитивної мотивації вивчення математики та фізики; підвищують ефективність навчання.*

Ключові слова: *міжпредметні зв'язки, стохастична компетентність, задачі стохастичного змісту*

Постановка проблеми. Теорія ймовірностей та математична статистика посідає важливе місце в прикладній діяльності сучасної людини, зокрема в діяльності спеціаліста в області математичної науки. Оскільки відсоток завдань цієї теми в ЗНО зовсім невеликий, то як показує досвід, вчителі не приділяють належної уваги вивченню цієї теми. Проте ця лінія продовжується у вищій школі, через це необхідно розглядати стохастичну лінію на високому рівні як у профільних класах, так і класах що вивчають математику на рівні стандарту. Вважаємо доцільним розглянути використання міжпредметних зв'язків при вивченні стохастичної лінії шкільного курсу математики, які можуть мотивувати учнів до кращого засвоєння цієї теми.

Мета статті – дослідити методичні особливості використання міжпредметних зв'язків під час вивчення теорії ймовірностей на уроках математики в профільній школі.

Виклад основного матеріалу. Реалізація міжпредметних зв'язків є однією із важливих умов збільшення науковості та доступності навчання, такі зв'язки спрямовані на активізацію розумової та практичної діяльності та удосконалення процесу формування знань, умінь і навичок у учнів. За А. Гур'євим [1] міжпредметність посилює взаємодію усіх дидактичних принципів у реальному процесі навчання. Саме як самостійний принцип ця ідея виконує свою організаційну роль: впливає на побудову програм, структуру навчального матеріалу, підручників, на відбір методів і форм навчання. На думку Т. Шигалугова, міжпредметні зв'язки є однією зі сторін принципу систематичності та ефективним шляхом розвитку мислення [3]. Думанська Т. В. у своїй статті [2] стверджує, що міждисциплінарні зв'язки – це важлива складова міждисциплінарної інтеграції, що може виступати однією з умов розвитку освіти, шлях реалізації якого лежить через систему добре опрацьованих методик з метою охопити всі сторони предметів, що вивчаються щоб сформувати цілісне світорозуміння студентів. Вважаємо за доцільне в процесі навчання математики ознайомлювати учнів з можливостями застосовувати теоретичні основи теорії ймовірностей на прикладах міжпредметного змісту. Використання, у процесі вивчення елементів теорії ймовірностей, системи прикладних вправ і задач міжпредметного характеру сприяє формуванню логічного мислення та професійно значущих знань і умінь; підвищує активність навчальної діяльності, сприяє створенню позитивної мотивації вивчення фізики чи математики; підвищує ефективність навчання у старших класах.[5] Приступаючи до практичної реалізації міжпредметних зв'язків у процесі викладання теми, доцільно визначити дисципліни де їх варто реалізовувати, та провести роботу з відбору таких прикладів застосування теоретичних відомостей та відбору прикладних