УДК 378:372.52/53.01
DOI: 10.31652/2786-5754-2023-4-67-78

Ткаченко І. А.
доктор педагогічних наук, професор кафедри фізики
та інтегративних технологій навчання природничих наук
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини
ORCID ID 0000-0003-1775-1110
e-mail: tkachenko.igor1071@gmail.com
Краснобокий Ю. М.
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики
та інтегративних технологій навчання природничих наук
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини
ORCID ID 0000-0003-2103-9978
e-mail: ymk201113@gmail.com
Ільніцька К. С.
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри фізики
та інтегративних технологій навчання природничих наук
Уманський державний педагогічний
університет імені Павла Тичини
ORCID ID 0000-0002-6179-5543
e-mail: e-ilnitskaja@udpu.edu.ua

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИВЧЕННЯ АСТРОФІЗИЧНИХ ЯВИЩ У ПРОЦЕСІ ВИКЛАДАННЯ ПРИРОДНИЧИХ НАУК

Стаття присвячена методичним особливостям вивчення астрофізичних явищ під час викладання природничих наук, які полягали в інтерпретації даних спостережень з теоретично передбаченими, спираючись на фундаментальні теорії силового поля, розподілу молекул за законами Больцмана та Максвелла, статистичного тлумачення стійкості атмосфери на планетах Сонячної системи.

Під час фундаментального вивчення об'єктів із галузі природознавства, що мають різну природу, якісно нового характеру набувають інтеграційні зв'язки, які об'єднують різні галузі природничо-наукових знань шляхом застосування фундаментальних законів, понять та методів дослідження.

Розглядаючи більш детально проблему стійкості атмосфери на різних планетах, зазначимо, що безперервні процеси розпаду і дисипації енергії можуть підтримуватися, якщо існує приплив енергії до системи від іншого упорядкованого процесу, наприклад від зовнішнього середовища. Для планет Сонячної системи зовнішнім джерелом енергії є випромінювання Сонця. Клімат на поверхні планет Сонячної системи визначається середнім розподілом сонячної енергії за різними макроскопічними процесами, генерованими нею з урахуванням багатьох видів і частот усіх можливих флуктуацій, які є причиною деградації початкових станів природних систем на планетах.

Точний розрахунок часу розсіяння атмосфери планети вимагає врахування параметрів верхніх шарів атмосфери та процесів, які в них відбуваються. Водночас, розсіяння планетних атмосфер безпосередньо визначається лише умовами і процесами у верхніх шарах атмосфери. Проте такий розрахунок наразі навряд чи можливий, навіть за наявності даних про верхню межу атмосфери Землі, отриманих за допомогою автоматичних станцій та штучних супутників. Оцінка часу розсіяння ідеалізованої *ізотермічної атмосфери, яку ми розглядаємо, може мати результат, який відрізнятиметься на порядок і навіть більше від дійсного часу розсіяння. Проте така оцінка все ж дає уявлення про значення величини цього часу.*

Установлено доцільність та важливість використання не лише теоретичних узагальнень, але й результатів сучасних наукових досліджень для вивчення і розуміння явищ природи, які полягають у врахуванні різноманітності та взаємозв'язків природничих наук, що складають єдину систему набутих природничо-наукових знань у майбутніх учителів природознавства.

Ключові слова: *природничо-наукові дисципліни, методи навчання, закони розподілу Больцмана та Максвелла, фізична природа силового поля, стійкість атмосфери планет Сонячної системи.*

Tkachenko I. A.
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Physics
and Integrative Technologies of Teaching Natural Sciences
Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University.
ORCID ID 0000-0003-1775-1110
e-mail: tkachenko.igor1071@gmail.com
Krasnobokyj Y. M.
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Physics
and Integrative Technologies of Teaching Natural Sciences
Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University.
ORCID ID 0000-0003-2103-9978
e-mail: ymk201113@gmail.com
Ilnitska K. S.
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Physics
and Integrative Technologies of Teaching Natural Sciences
Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University.
ORCID ID 0000-0002-6179-5543
e-mail: e-ilnitskaja@udpu.edu.ua

THE METHODOLOGICAL ASPECTS OF THE STUDY OF ASTROPHYSICAL PHENOMENA IN THE PROCESS OF TEACHING NATURAL SCIENCES

The article is devoted to the possibilities of implementing the problem-based method for teaching natural sciences, based on the fundamental theories of the force field, the distribution of molecules according to Boltzmann, and the statistical interpretation of the stability of the atmosphere on the planets of the Solar System. This was reflected in the analysis and generalization of the results of relevant publications in scientific and pedagogical publications and author's works on their experimental implementation in educational practice.

During the fundamental study of objects from the field of natural science, which have a different nature, the integration links that unite different fields of natural and scientific knowledge through the application of fundamental laws, concepts and research methods acquire a qualitatively new character.

Considering in more detail the problem of the stability of the atmosphere on different planets, we note that continuous processes of decay and energy dissipation can be maintained if there is an influx of energy into the system from another orderly process, for example, from the external environment. For the planets of the Solar System, the external source of energy is radiation from the Sun. The climate on the surface of the planets of the Solar System is determined by the average distribution of solar energy according to various macroscopic processes generated by it, *taking into account many types and frequencies of all possible fluctuations, which are the cause of the degradation of the initial states of natural systems on the planets.*

Accurate calculation of the dispersion time of the planet's atmosphere requires knowledge of the parameters of the upper layers of the atmosphere and taking into account the processes that occur in them. Indeed, the scattering of planetary atmospheres is directly determined only by the conditions and processes in the upper layers of the atmosphere. Such a calculation, however, is currently hardly possible, even with the availability of data on the upper limit of the Earth's atmosphere, obtained with the help of rockets and artificial satellites. Estimating the dissipation time of the idealized isothermal atmosphere that we are considering can give a result that differs by an order of magnitude or even more from the actual dissipation time. However, such an estimate still gives an idea of the order of magnitude of this time.

It has been established that it is expedient to use modern approaches to the study and understanding of natural phenomena, which consist in taking into account the diversity and interrelationships of natural sciences, which make up a single system of natural and scientific knowledge, the possibility of adequate knowledge of nature as a whole entity.

Key words: *natural and scientific disciplines, problem-based learning method, Boltzmann distribution law, physical nature of the force field, atmosphere of the planets of the Solar System.*

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. У сучасну епоху відбувається стрімкий розвиток природничих наук, відкриваються нові факти і формуються нові концепції у фізиці, хімії, біології, астрономії, космології, математиці та в інших науках. У цьому інформаційному потоці важко орієнтуватися і співвідносити нові відкриття із попередніми уявленнями про будову і спрямованість еволюції Всесвіту. Природничі науки і прикладні дослідження розвиваються настільки інтенсивно та потужно, що людська свідомість інколи не в змозі не лише переосмислити досягнення окремих галузей наукового знання в рамках традиційно усталеної парадигми, але й просто накопичувати інформацію, здійснювати її селекцію і синтезувати [8, 10]. За сучасних умов поширення інформації особливого значення набуває тлумачення різних фізичних, астрономічних явищ, законів, понять з точних (фундаментальних) наук, які відображено в освітній галузі «Природознавство». Із пасивного носія спеціально-предметна інформація перетворюється в активну субстанцію та сприяє формуванню природничо-наукового стилю мислення, опануванню специфічної термінології, уніфікованих наукових конструкцій та забезпечує здобувачу вищої освіти можливість самоконтролю набутих знань.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Природничі науки належить до фундаментальних наук, які вивчають загальні закономірності перебігу природних явищ, закладають основи наукового світогляду та системи знань про методи й результати вивчення законів руху, фізичної природи, еволюції небесних тіл. Використання наукових досягнень фундаментальних природничих наук (а також прикладних, що на них базуються) є основою ефективного функціонування високотехнологічного суспільства. Однією з умов розвитку природничого світогляду здобувачів вищої освіти є саме науковий підхід до процесу формування астрофізичних понять. Аналізу цих проблем присвячено праці: С.М. Андрієвського, Н.О. Гладушиної, Г.О. Грищенка, М.В. Головка, В.П. Дущенка, В.Ф. Заболотного, В.А. Захожая, В.Г. Каретнікова, І.А. Климишина, І.П. Крячка, С.Г. Кузьменкова, І.М. Кучерука, О.І. Ляшенка, М.Т. Мартинюка, М.П. Пришляка, В.Д. Сиротюка, В.П. Сергієнка, К.І. Чурюмова, М.І. Шута, Я.С. Яцківа та інших, а також нами в [1, 3, 5, 6, 7, 8, 10].

Метою статті є вивчення можливостей впровадження традиційних та інноваційних методів навчання у підготовку майбутніх учителів природничих наук у процесі вивчення циклу фундаментальних наук (фізики, астрономії, астрофізики, космології, космогонії) на основі демонстрації особливостей аналітико-синтетичного підходу до пояснення факторів формування різних параметрів та тлумачення стійкості атмосфери на поверхнях планет Сонячної системи.

Виклад основного матеріалу дослідження. Проаналізуємо вплив різних чинників і факторів на формування та можливість тривалого існування атмосфери на поверхнях планет Сонячної системи. З точки зору молекулярно-кінетичної теорії за відсутності зовнішніх сил середня концентрація молекул газу *n* в стані його рівноваги однакова по всьому об'єму. Проте цього не буде спостерігатися за наявності силових полів. Розглянемо, наприклад, ідеальний газ в однорідному полі тяжіння. У стані теплової рівноваги температура *T* повинна бути однаковою по всій товщі газу. В іншому випадку в газі виникли б потоки тепла, спрямовані у бік зниження температури, і стан газу не був би рівноважним. Для механічної рівноваги необхідно, крім того, щоб концентрація молекул газу зменшувалася б із збільшенням висоти.

Спрямуємо вісь *Z* вертикально уверх і знайдемо закон зміни концентрації *n* молекул із координатою *z* в стані теплової і механічної рівноваги. Виділимо подумки нескінченно короткий вертикальний стовп газу *ABDC* (див. рис. 1) висотою *dz*. Нехай площа основи стовпа дорівнює одиниці. Вага стовпа (*nmgdz*) повинна зрівноважуватися різницею тисків $P_1 - P_2 = -\left(\frac{dP}{dz}\right)dz$. Це дає співвідношення

$$\frac{dP}{dz} = -nmg\ . \qquad (1)$$

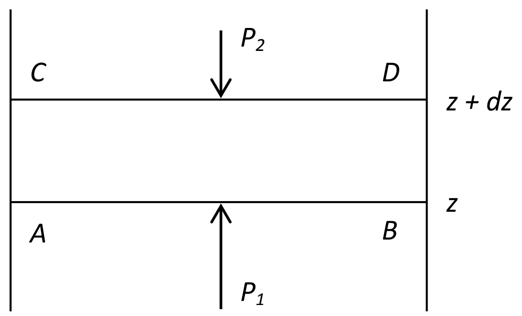

Рис. 1

Підставляючи в (1) $P = nkT$ і вважаючи, що температура на всіх висотах *T* = *const*, отримаємо: $kT\frac{dn}{dz} = -nmg$, або $kT(d\ln n) = -mgdz$. Для підтвердження справедливості цього співвідношення припущення про однорідність поля тяжіння, яке використане за його доведення, не є суттєвим. Таке ж співвідношення можна отримати й для неоднорідного поля. Для цього треба записати умову механічної рівноваги частини газу, яка заповнює настільки невелику частину простору, що в межах цієї області поле $\vec{g}$ може вважатися однорідним. Умову рівноваги в цьому випадку зручніше записувати у векторній формі:

$$kT(d\ln n) = -m(\vec{g}d\vec{r}) \qquad (2)$$

Крім того, такий підхід свідчить ще й про те, що й фізична природа силового поля $\vec{g}$ також не є суттєвою. Воно не обов'язково повинне бути гравітаційним. Важливо лише, щоб поле не залежало від часу і було консервативним (потенціальним). У неконсервативних полях рівновага неможлива.

Якщо ε_P – потенціальна енергія молекули в силовому полі, то $m(gdr) = d\varepsilon_P$, а тому

$$kT(d\ln n) = -d\varepsilon_P\ . \qquad (3)$$

У такому вигляді у співвідношенні (3) вже не залишилося жодних ознак однорідності і фізичної природи силового поля. Інтегруючи цей вираз, отримуємо:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_P}{kT}\right). \tag{4}$$

Отримане співвідношення називається законом розподілу Больцмана або коротко – розподілом Больцмана. Стала величина n_0 має зміст значення n за значення $\varepsilon_P = 0$.

Стосовно однорідного поля тяжіння, якщо від концентрації n перейти до тиску газу P, то формула (4) матиме вигляд

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right), \tag{5}$$

де μ – молекулярна маса газу, R – універсальна газова стала, P_0 – тиск на рівні $z = 0$. Вираз (5) називають барометричною формулою [3, С.256 – 257].

Застосуємо закон розподілу Больцмана до усамітненої планети, оточеної газовою атмосферою. Атмосферу планети будемо вважати ізотермічною. Крім того, припустимо, що всі молекули атмосфери однакові. Це не накладає жодних обмежень на загальні міркування, оскільки кожен газ (якщо його розглядати як ідеальний), що входить до складу атмосфери, поводить себе незалежно від решти газів [9]. Будемо також вважати, що маса атмосфери нехтовно мала порівняно з масою планети. Тоді потенціальна енергія молекули в полі тяжіння планети буде дорівнювати $\left(-\frac{GMm}{r}\right)$. Для концентрації молекул n на відстані r від центру планети закон Больцмана (4) набуває вигляду

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{GMm}{kTr}\right), \tag{6}$$

де M – маса планети, m – маса молекули, G – гравітаційна стала.

Якби формула (6) була застосована на всіх відстанях від планети, то на нескінченності отрималося б скінченне значення для концентрації n, а саме $n = n_0$. Але це неможливо, оскільки загальна кількість молекул в атмосфері планети скінченна, а об'єм простору, що оточує її, «нескінченно» великий. Рівновага ж можлива лише за значення $n_0 = 0$, тобто за повної відсутності атмосфери.

Неможливість рівноважного стану планетної атмосфери пов'язана з тим, що потенціальна енергія молекули в полі тяжіння планети на нескінченності залишається скінченною. Взявши її значення рівне нулю, можна вважати, що молекула за відсутності зіткнень здійснювала б інфінітний рух, коли б її повна енергія була додатною. Такі молекули (а вони завжди з'являються в результаті зіткнень) не можуть утримуватися полем тяжіння планети. Тому формула Больцмана (4) до планетної атмосфери загалом не застосовна, оскільки її доведення передбачало, що газ знаходиться в стані термодинамічної рівноваги.

Нехай у деякий момент швидкості молекули в атмосфері розподілені за законом Максвелла [згідно з яким функція розподілу має вигляд $f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$]. Якби з цього моменту молекули перестали зіштовхуватися між собою, зазнаючи лише пружних зіткнень із поверхнею планети, то всі молекули, швидкості яких перевищують другу космічну швидкість ($11{,}2 \cdot 10^3$ *м/с*), назавжди покинули б планету. Залишилися б лише молекули зі швидкостями, меншими від другої космічної. Вони здійснювали б фінітний рух навколо планети, а їх швидкості були б розподілені за законом Максвелла. Для фінітних систем є можливою термодинамічна рівновага. Вона буде обов'язково больцманівською, якщо швидкості молекул розподілені за законом Максвелла. За такого розподілу в гравітаційному полі з напруженістю $\sim 1 / r^2$ необхідна нескінченна множина молекул, і такий розподіл встановлюється нескінченно довго. Проте якщо із всіх молекул, які здійснюють фінітний рух, відібрати молекули з повною енергією ε, яка задовольняє нерівність $\varepsilon < \varepsilon_0 < 0$, то, яким би не було значення ε_0, справджується больцманівський розподіл зі скінченним числом частинок і скінченним часом встановлення такого розподілу.

Для планети з достатньо великою масою частка молекул із швидкостями, які перевищують другу космічну, незначна. Друга космічна швидкість у проблемі розсіяння атмосфери називається швидкістю «втечі» молекули, а молекули з швидкостями, більшими за цю швидкість, – «утікаючими» молекулами. Швидкість втечі змінюється з відстанню молекули від центру планети. Оскільки утікаючих молекул нехтовно мало, розподіл частинок в атмосфері є квазірівноважним і за постійної температури може бути описаний наступним чином. Переважна частина молекул розподілена в просторі за законом Больцмана. На больцманівський розподіл накладається потік утікаючих молекул. Поблизу планети відносна концентрація утікаючих молекул у такому потоці нехтовно мала. Із зростанням відстані від планети ця відносна концентрація безперервно зростає. На нескінченності всі молекули є утікаючими. Потік утікаючих молекул безперервно поповнюється в результаті міжмолекулярних зіткнень. Це призводить до того, що планета врешті-решт повинна втратити атмосферу. Чому ж Земля, Венера й інші планети Сонячної системи мають атмосфери? Тому, що час τ, протягом якого маса атмосфери планети зменшується у e раз (він називається часом розсіяння атмосфери), і є дуже тривалим [3].

Точний розрахунок часу розсіяння атмосфери вимагає знання параметрів верхніх шарів атмосфери і врахування процесів, які в них відбуваються. Дійсно, розсіяння планетних атмосфер безпосередньо визначається лише умовами і процесами у верхніх шарах атмосфери. Проте точний розрахунок наразі навряд чи можливий, навіть за наявності даних про верхню межу атмосфери Землі, отриманих за допомогою ракет і штучних супутників. Оцінка часу розсіяння ідеалізованої ізотермічної атмосфери, яку ми розглядаємо, може дати результат, який відрізнятиметься на порядок і навіть більше від дійсного часу розсіяння. Проте така оцінка все ж дає уявлення про порядок величини цього часу. Крім того, ця оцінка може слугувати цікавим прикладом застосування кінетичної теорії газів.

Опишемо навколо планети сферу σ, концентричну з поверхнею планети. Радіус r_σ цієї сфери візьмемо настільки великим, щоб зіткненнями між молекулами поза сферою σ можна було повністю знехтувати, чого не можна робити в просторі, обмеженому сферою σ. Припустимо, що на сфері σ справедливий розподіл Максвелла-Больцмана для всіх молекул. Щодо молекул, які здійснюють фінітний рух, справедливість цього припущення не викликає сумнівів. Але для утікаючих молекул воно істинне лише приблизно.

Визначимо дві швидкості втечі: на поверхні планети і на сфері σ. Позначимо їх відповідно через v_0 і v_σ. Якщо r_0 – радіус планети, g_0 і $g_\sigma = g_0 r_0^{\,2} / r_\sigma^{\,2}$ – прискорення вільного падіння на поверхні планети і на сфері σ, то

$$v_0 = \sqrt{2 g_0 r_0}\ , \tag{7}$$

$$v_\sigma = \sqrt{2 g_\sigma r_\sigma} = r_0 \sqrt{2 g_0 / r_\sigma}\ . \tag{8}$$

Для Землі $v_0 = 11{,}2 \cdot 10^3$ *м/с*. Величини v_0 і v_σ зв’язані між собою рівнянням енергії

$$\frac{1}{2} m v_0^{\,2} = \frac{1}{2} m v_\sigma^{\,2} + \varepsilon_p, \tag{9}$$

де ε_p – різниця потенціальних енергій молекул на сфері σ і на поверхні планети.

Подальші обчислення зручно проводити, взявши за одиницю найбільш імовірну швидкість молекул $v_i = \sqrt{2kT/m}$. Швидкість $u = v/v_i$, яка виміряна в таких одиницях, називається безрозмірною швидкістю. Безрозмірні швидкості втечі на поверхні планети і на сфері σ дорівнюють $u_0 = v_0 / v_i$ і $u_\sigma = v_\sigma / v_i$. На підставі (7) і (8) вони зв’язані співвідношенням:

$$u_\sigma{}^2 = \frac{r_0}{r_\sigma} u_0{}^2 . \tag{10}$$

Співвідношення (9), записане в безрозмірних величинах, буде

$$\frac{\varepsilon_p}{kT} = u_0{}^2 - u_\sigma{}^2 . \tag{11}$$

З урахуванням співвідношення (11) із закону розподілу Больцмана (4) отримуємо

$$n_0 e^{-u_\sigma{}^2} = n_0 e^{-u_0{}^2} , \tag{12}$$

де n_0 – концентрація молекул на сфері σ.

Нарешті, якщо користуватися безрозмірними швидкостями, то максвеллівський розподіл набуде вигляду:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du . \tag{13}$$

Концентрація утікаючих молекул на сфері σ дорівнює

$$\Delta n = \frac{4n_\sigma}{\sqrt{\pi}} \mathrm{I} , \tag{14}$$

де I означає інтеграл

$$\mathrm{I} = \int_{u_\sigma}^{\infty} u^2 e^{-u^2} du . \tag{15}$$

Середня безрозмірна швидкість c таких молекул буде

$$c \equiv \langle u \rangle_{u > u_\sigma} = \frac{1}{\mathrm{I}} \int_{u_\sigma}^{\infty} u^3 e^{-u^2} du .$$

Інтегрування цього виразу по частинах дає

$$c = \frac{1}{2\mathrm{I}} \left(u_\sigma{}^2 + 1 \right) e^{-u_\sigma{}^2} . \tag{16}$$

Знайдемо середній потік утікаючих частинок Z, які вилітають назовні із сфери σ. Оскільки розподіл швидкостей молекул ізотропний, то можна скористатися формулою $z = n\langle v \rangle / 4$ (де z – число молекул, що вилітають з одиниці поверхні; $\langle v \rangle = c$ – середня безрозмірна швидкість молекул). Середня швидкість таких частинок, виражена у звичних одиницях, дорівнює cv_i, а тому попередня формула набуває вигляду $z = \frac{1}{4} Scv_i \Delta n$, де $S = 4\pi r_\sigma{}^2$ – площа поверхні сфери σ. Підставивши сюди вирази (14) і (16) і скориставшись формулами (10) і (12), отримуємо:

$$Z = 2\sqrt{\pi} \left(\frac{r_0}{r_\sigma} u_0{}^2 + 1 \right) n_0 r_\sigma{}^2 v_i e^{-u_0{}^2} . \tag{17}$$

Цей вираз і дає число молекул, які втрачає атмосфера за одиницю часу. Його можна представити в більш компактному виді:

$$Z = -dN/dt , \tag{18}$$

де N – повне число молекул в атмосфері.

Концентрацію n_0 можна виразити через N. Переважна маса атмосфери припадає на тонкий шар, який прилягає до поверхні планети. У межах цього шару можна знехтувати кривизною поверхні планети, а також зміною прискорення вільного падіння з висотою, тобто вважати, що $g = g_0$. Тоді розподіл Больцмана (4) переходить у барометричну формулу, і отримуємо:

$$N = 4\pi r_0{}^2 n_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{mg_0 z}{kT}\right) dz = 4\pi r_0{}^2 n_0 \frac{kT}{mg_0}.$$

Звідси й можна визначити концентрацію молекул n_0. Підставивши отриманий вираз у (17) і використавши рівняння (18), останній вираз можна записати в більш компактному вигляді

$$dN/dt = -N/\tau, \tag{19}$$

де

$$\tau = \frac{2\sqrt{\pi} r_0{}^2 kT}{mg_0 r_\sigma{}^2 v_i \left(\frac{r_0}{r_\sigma} u_0{}^2 + 1\right)} e^{u_0{}^2}. \tag{20}$$

Інтегрування рівняння (19) дає

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \tag{21}$$

З (21) видно, що стала τ є введеним вище часом розсіяння атмосфери.

Формула (20) хоча й дає вираз для τ, але не дає можливості визначати його числове значення, оскільки містить радіус r_σ, який було обрано довільним чином. В одному граничному випадку все ж це зробити можна. Це той випадок, коли атмосфера планети «нескінченно розріджена». У такій атмосфері «зовсім відсутні» зіткнення між молекулами, а розподіл молекул у просторі і за швидкостями встановлюється в результаті їх зіткнень із поверхнею планети. У цьому випадку необхідно вважати $r_\sigma = r_0$. Крім того, використовуючи співвідношення

$$v_i = 2kT/m \text{ і } u_0 v_i = v_0 = \sqrt{2r_0 g_0}, \text{ отримаємо:}$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2\pi r_0}{g_0}} \cdot \frac{e^{u_0{}^2}}{u_0\left(u_0{}^2 + 1\right)}, \tag{22}$$

або

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2G\rho}} \cdot \frac{e^{u_0{}^2}}{u_0\left(u_0{}^2 + 1\right)}, \tag{23}$$

де G – гравітаційна стала, ρ – середня густина планети.

Ще раз підкреслюємо, що величина τ, яка визначається формулами (22) і (23), має зміст часу розсіяння нескінченно розрідженої атмосфери.

Тож завдання визначення радіуса r_σ, коли атмосфера планети не є нескінченно розрідженою, залишається поки що нерозв'язаним. Для цього необхідно вказати значення певної довжини l, щоб за $r > l$ молекулу можна було вважати не належною до атмосфери планети. Тоді радіус r_σ визначиться з умови $\lambda = l$, де λ – середня довжина вільного пробігу молекули за $r = r_\sigma$. Зокрема атмосфера може вважатися нескінченно розрідженою, коли умова $\lambda \geq l$ виконується вже за $r = r_0$.

На жаль, для усамітненої планети не можна наперед (тобто без точного розв'язку задачі) вказати жодної довжини, яку можна було б вважати за l. Єдиним параметром розмірності довжини у цьому випадку є радіус планети r_0, але він не має відношення до процесу розсіяння атмосфери. Проте обрана модель усамітненої планети – це абстракція. Реальна планета обертається навколо Сонця. Оскільки величина r_σ, яка входить у формулу (20), як покажемо далі, зовсім «нечутлива» до вибору довжини l, то в якості l можна взяти радіус планетної орбіти. Для обґрунтування такого вибору зауважимо, що в системі відліку, пов'язаній з планетою, на молекулу діє сила гравітаційного притягання планети $F_П$, сила гравітаційного притягання Сонця $F_С$ і сила інерції $F_{ін}$, зв'язана з прискореним рухом центра планети до Сонця (осьове обертання планети можна не враховувати, оскільки тут воно не відіграє принципової ролі). Сила F_C повністю компенсується силою інерції $F_{ін}$, якщо знехтувати неоднорідністю поля тяжіння Сонця. Якщо ж враховувати таку неоднорідність, то повної компенсації не буде, і з цим пов'язане явище припливів у планетній атмосфері [7]. На відстанях порядку радіуса планетної орбіти про будь-яку компенсацію взагалі не йдеться. На таких відстанях $F_П$ стає меншою за результуючу сил F_C і $F_{ін}$. Якщо молекула віддалилася так далеко, то можна вважати, що до планети вона взагалі вже не повернеться.

Отже, за l приймаємо величину порядку радіуса планетної орбіти. Конкретно, для Землі – $l = 10^{11}$ *м*. За формулою (6) знайдемо для різних газів значення r_σ, за якого $\lambda = l = 10^{11}$ *м*. За цього передбачається, що на земній поверхні атмосферний тиск нормальний (середня довжина вільного пробігу $\lambda \sim 10^{-5}$ *см* для молекул всіх газів). Покладаючи $r_0 = 6375$ *км*, $T = 300$ *K*, отримаємо дані, які представлені в таблиці 1:

Таблиця 1.

Газ	Молекулярна маса	r_σ, *км*	Висота над земною поверхнею: $h = r_\sigma - r_0$, *км*
N_2	28	$6{,}78 \cdot 10^3$	400
He	4	$1{,}09 \cdot 10^4$	4500
H_2	2	$3{,}72 \cdot 10^4$	28800

Показники вміщені в таблиці 1, вказують, що коли б атмосфера складалася лише з одних важких газів (важчих за водень), то сфера σ практично співпадала б із поверхнею Землі. У цьому випадку можна було б користуватися формулою (23) для нескінченно розрідженої атмосфери. Для водню радіус r_σ значно перевищує радіус Землі r_0. У випадку складної атмосфери, яка складається із суміші різних газів, величина r_σ визначається найлегшим її компонентом (звичайно, за наявності такого компонента в атмосфері). Так, наприклад, якщо для земної атмосфери вважати, що вміст водню складає 10^{-6} від повного числа молекул атмосфери (що приблизно удвічі більше від реального числа), то r_σ становило б $1{,}4 \cdot 10^4$ *км*. Але навіть у всіх цих випадках можна користуватися формулою для нескінченно розрідженої атмосфери. Вона дає цілком прийнятну оцінку. Дійсно, у всіх значущих випадках, значення u_0^2 дуже велике, і у формулі (20) одиницею можна знехтувати порівняно з $\frac{r_0}{r_\sigma} u_0^2$. За такого наближення отримуємо:

$$\frac{\tau_0}{\tau_\sigma} = \frac{r_\sigma}{r_0}, \tag{24}$$

де τ_0 і τ_σ означають тривалості (час) розсіяння, обраховані за формулою для нескінченно розрідженої атмосфери і за формулою (20) відповідно. З цього видно, що формула для нескінченно розрідженої атмосфери (24) завищує час розсіяння лише в декілька разів. Тому подальші числові розрахунки варто проводити згідно з формулою (23).

Аналіз формули (23) показує, що навіть на її основі не зовсім легко оцінити час розсіяння атмосфери. Ця формула дуже чутлива до температури атмосфери T, вплив якої виявляється переважно через експоненціальний множник $e^{u_0^2}$. Оскільки ж на різних висотах температура атмосфери різна і, крім того, зазнає частих і нерегулярних змін, то неможливо з достатньою точністю визначити значення T, яке необхідно підставити у формулу. Тому формулу (23) доречно застосувати до розв'язання оберненої задачі – за заданим часом τ визначити u_0^2, а потім і температуру планетної атмосфери, за якої вона розсіюється в навколишній простір за час τ. Вік Землі $\sim 4 \cdot 10^9$ років. Проведемо розрахунок для $\tau = 10^{10}$ років і $\tau = 10^8$ років. Для Землі $\rho = 5{,}517$ *г/см*^{3}. Підставляючи це значення у формулу (23) і логарифмуючи, отримуємо рівняння:

$$0{,}4343 u_0^2 = 14{,}19 + \lg u_0 + \lg\left(u_0^2 + 1\right), \tag{25}$$

в якому 0,4343 – це модуль переходу від натуральних логарифмів до десяткових. Корінь рівняння (25) можна визначити методом послідовних наближень:

– нульове наближення в правій частині (25) відкидаємо обидва доданки, що містять логарифми; отримуємо $u_0^2 = 32{,}68$;

– перше наближення – у праву частину (25) підставляємо значення u_0 з нульового наближення; отримуємо $u_0^2 = 37{,}92$; таким же чином діємо в наступних наближеннях;

– друге наближення дає $u_0^2 = 38{,}15$;

– третє наближення – $u_0^2 = 38{,}15$; тобто вже навіть друге наближення забезпечує точність до чотирьох значущих цифр.

Отже, для $\tau = 10^{10}$ років $u_0^2 = 38{,}15$. Аналогічні обчислення для $\tau = 10^8$ років дають $u_0^2 = 33{,}34$. Температура T може бути вирахувана за формулою

$$u_0^{\ 2} = \frac{2R_0 g_0}{v_i^{\ 2}} = \frac{2R_0 g_0}{kT}, \text{ тобто } T = \frac{R_0 g_0}{k u_0^{\ 2}}, \tag{26}$$

де R_0 – радіус небесного тіла, g_0 – прискорення вільного падіння на його поверхні.

Результати обчислень для різних небесних тіл представлено в таблиці 2.

Таблиця 2.

Планети	u_0^2	Температура T, K				
		H_2	He	H_2O (пара)	N_2	O_2
Земля $\tau = 10^{10}$ років $\tau = 10^8$ років	 38,15 33,34	 396 454	 792 908	 3560 4090	 5540 6360	 6340 7260
Місяць $\tau = 10^{10}$ років $\tau = 10^8$ років	 37,99 33,11	 18 20,6	 36 41,2	 162 185	 252 288	 288 330
Марс $\tau = 10^{10}$ років $\tau = 10^8$ років	 37,97 33,17	 81 93	 162 186	 729 837	 1130 1300	 1300 1490
Венера $\tau = 10^{10}$ років $\tau = 10^8$ років	 38,11 33,31	 335 384	 670 768	 3010 3460	 4690 5380	 5360 6140
Юпітер $\tau = 10^{10}$ років $\tau = 10^8$ років	 37,42 32,61	 12000 13800	 24000 27600	 108000 124000	 168000 193000	 192000 221000

З таблиці 2 видно, що час τ суттєво залежить від змін температури T. За зміни T на 12 – 15% τ змінюється на два порядки. Звідси випливає, що розсіяння атмосфери повинне активно збільшуватися через нерегулярні місцеві коливання температури [4, 5, 12]. Розсіяння значно зростає також через дисоціацію двохатомних і багатоатомних молекул під дією сонячного випромінювання. Із таблиці 2 також видно, що поле тяжіння Землі надійно утримує протягом геологічних епох усі гази земної атмосфери, за виключенням водню і гелію. Формула (26) пояснює, чому Місяць практично позбавлений атмосфери, а потужне гравітаційне поле Юпітера не дозволяє протягом геологічних епох помітно розсіятися навіть найбільш легкому газу – атомарному і молекулярному водню. Зрозуміло також, чому Місяць позбавлений атмосфери, а на Титані – шостому супутникові Сатурна – виявлено атмосферу із метану (CH_4), аміаку (NH_3) та інших газів, хоча швидкості втечі молекул на обох супутниках майже однакові (2,4 *км/с* на Місяці і 2,6 *км/с* на Титані). Справа в тому, що температура поверхні Титана (приблизно 70 – 120 K) набагато нижча за температуру поверхні Місяця. За такої низької температури лише найбільш легкі гази – водень і гелій –

набувають теплових швидкостей, достатніх для швидкого вильоту їх в навколишній простір.

З-поміж планет Сонячної системи найменш сприятливі умови для утримання атмосфери на Меркурії [2, 11]. Швидкість втечі молекул із поверхні цієї планети складає лише 3,8 *км/с*. Несприятливою є також вкрай висока температура на освітленій поверхні планети. Тому Меркурій можуть залишати навіть молекули важких газів. Нарешті, може мати значення й тиск електромагнітного і корпускулярного випромінювання Сонця, яке на Меркурії досить значне і здатне помітно «видувати» молекули газів з атмосфери Меркурія, якщо б така існувала.

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок. Підсумовуючи інтегративний зміст проаналізованих астрофізичних досліджень, підкреслимо, що вивчення особливостей механізму визначення та розрахунок параметрів (на основі фундаментальних фізичних законів) небесних об'єктів дає змогу характеризувати перебіг еволюційних треків планет Сонячної системи з врахуванням можливостей зародження та тривалості існування їхньої атмосфери. Досвід авторів у викладанні природничих дисциплін доводить, що такий спосіб формування змісту навчального матеріалу з астрофізичним наповненням суттєво підвищує інтерес здобувачів вищої освіти, як майбутніх учителів природничих наук, до його засвоєння, формує їх творче мислення, активізує науково-дослідну діяльність. Тому доцільно, на нашу думку, подальші дослідження спрямовувати саме на розробку уніфікованої методики інтегрованого вивчення й інших тем фундаментальних наук.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрієвський С. М., Кузьменков С. Г., Захожай В. А., Климишин І. А. Загальна астрономія : підручник. Харків : ПромАрт, 2019. 524 с.
2. Барабаш М.Б., Ткач Л.О. Сценарії режиму температури повітря в перші три десятиріччя XXI ст. за фізико-географічними зонами України. *Водне господарство України*. 2005. №3. С.47–54.
3. Дущенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізики і термодинаміка. Київ : Вища школа, 1987. 431 с.
4. Зведений річний огляд стихійних гідрометеорологічних, які спостерігалися на території України у 1966 – 2000 рр. Київ : Держкомгідромет, 2001. 86 с.
5. Клімат України: у минулому … і майбутньому? : монографія / [М. І. Кульбіда, М. Б. Барабаш, Л. О. Єлістратова, Т. І. Адаменко, Н. П. Гребенюк, О. Г. Татарчук, Т. В. Корж]; за редакцією М. І. Кульбіди, М. Б. Барабаш. Київ : Сталь, 2009. 234 с.
6. Краснобокий Ю. М., Ткаченко І. А. Метод моделювання як засіб вивчення природничих дисциплін. *Сучасні тенденції розвитку освіти й науки: проблеми та перспективи: зб. наук. праць* [гол. ред. Ю. І. Колісник-Гуменюк]. Київ–Львів–Бережани–Гомель, 2020. Вип. 7. С. 21–27.
7. Краснобокий Ю. М., Ткаченко І. А., Ільніцька К. С. Інтегративний підхід до вивчення елементарної астрофізичної теорії явища припливів на поверхні Землі. *Наукові записки*. 2021. Випуск 201. С. 90–98.
8. Краснобокий Ю. М., Ткаченко І. А., Ільніцька К. С. Методичні особливості використання системно-інтегративного підходу до викладання окремих тем фундаментальних наук. *Фізико-математична освіта.* 2021. Випуск 3(29). С.81–92.
9. Польовий А. М., Божко Л. Ю., Адаменко Т. І. Агрометеорологічні прогнози: Підручник. Одеса, ТЕС, 2017. 508 с.
10. Ткаченко І. А., Краснобокий Ю. М. Роль інтеграційних процесів у фаховій підготовці майбутніх учителів освітньої галузі «Природознавство». *Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Серія: Теорія та методика навчання природничих наук.* № 2 (2022). С. 78–88.
11. Arne Dossing, Morten S Riishuus, Conall Mac Niocaill, Adrian R Muxworthy, John MacLennan. Late miocene to late pleistocene geomagnetic secular variation at high-northern latitudes. *Geophysical Journal International*. 2020. Volume 222. Issue 1. P. 86–102. DOI: https://doi.org/10.1093/gji/ggaa148.
12. IPCC, 2001: Climate Change 2001: Synthesis Report. A Contribution of Working Groups I, II,

and III to the Third Assessment Report of the Integovernmental Panel on Climate Change / editors : Watson R.T. and the Core Writing Team. Cambridge, United Kingdom and New York, USA : Cambridge University Press, 2001. 398 p.

REFERENCES

1. Andriievskyi, S. M., Kuzmenkov, S. H., Zakhozhai, V. A., Klymyshyn, I. A. (2019). Zahalna astronomiia. Kharkiv: PromArt [in Ukrainian].

2. Barabash, M.B., Tkach, L.O. (2005). Stsenarii rezhymu temperatury povitria v pershi try desiatyrichchia XXI st. za fizyko-heohrafichnymy zonamy Ukrainy. *Vodne hospodarstvo Ukrainy – Water management of Ukraine*, 3, 47–54 [in Ukrainian].

3. Dushchenko, V. P., Kucheruk, I. M. (1987). Zahalna fizyka. Fizychni osnovy mekhaniky. Molekuliarna fizyky i termodynamika. Kyiv : Vyshcha shkola [in Ukrainian].

4. Zvedenyi richnyi ohliad stykhiinykh hidrometeorolohichnykh, yaki sposterihalysia na terytorii Ukrainy u 1966 – 2000 rr. (2001). Kyiv : Derzhkomhidromet [in Ukrainian].

5. Kulbida, M. I., Barabash, M. B., Yelistratova, L. O., Adamenko, T. I., Hrebeniuk, N. P., Tatarchuk, O. H., Korzh, T. V. (2009). Klimat Ukrainy: u mynulomu … i maibutnomu ? M. I. Kulbida, M. B. Barabash (Ed.). Kyiv : Stal [in Ukrainian] .

6. Krasnobokyi, Yu. M., Tkachenko, I. A. (2020). Metod modeliuvannia yak zasib vyvchennia pryrodnychykh dystsyplin. *Suchasni tendentsii rozvytku osvity y nauky: problemy ta perspektyvy : zb. nauk. prats – Modern trends in development of education and science: problems and perspectives: collection of scientific papers*, *7, 21–27* [in Ukrainian].

7. Krasnobokyi, Yu. M., Tkachenko, I. A., Ilnitska, K. S. (2021). Intehratyvnyi pidkhid do vyvchennia elementarnoi astrofizychnoi teorii yavyshcha pryplyviv na poverkhni Zemli. *Naukovi zapysky – Proceedings*, *(201), 90–98* [in Ukrainian].

8. Krasnobokyi, Yu. M., Tkachenko, I. A., Ilnitska, K. S. (2021). Metodychni osoblyvosti vykorystannia systemno-intehratyvnoho pidkhodu do vykladannia okremykh tem fundamentalnykh nauk. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and mathematical education*, *3(29), 81–92* [in Ukrainian].

9. Polovyi, A. M., Bozhko, L. Yu., Adamenko, T. I. (2017). *Ahrometeorolohichni prohnozy*. Odesa: TES [in Ukrainian].

10. Tkachenko, I. A., Krasnobokyi, Yu. M. (2022). Rol intehratsiinykh protsesiv u fakhovii pidhotovtsi maibutnikh uchyteliv osvitnoi haluzi «Pryrodoznavstvo». *Naukovi zapysky Vinnytskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Mykhaila Kotsiubynskoho. Seriia: Teoriia ta metodyka navchannia pryrodnychykh nauk – Scientific notes of Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University. Section: Theory and methods of teaching natural sciences*, *(2), 78–88* [in Ukrainian].

11. Døssing, A., Riishuus, M. S., Mac Niocaill, C., Muxworthy, A. R., MacLennan, J. (2020). Late miocene to late pleistocene geomagnetic secular variation at high-northern latitudes. *Geophysical Journal International, Vol. 222, 1, 86–102*. https://doi.org/10.1093/gji/ggaa148.

12. IPCC, 2001: Climate Change 2001: Synthesis Report. A Contribution of Working Groups I, II, and III to the Third Assessment Report of the Integovernmental Panel on Climate Change. R.T. Watson and the Core Writing Team (Ed.) (2001). Cambridge, United Kingdom and New York, USA : Cambridge University Press.

Статтю надіслано до редколегії 10.03.2023 р.
Статтю рекомендовано до друку 20.03.2023 р.