Міністерство освіти і науки України
Національна академія наук України
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка
Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова НАН України
Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України
Національний технічний університет України
Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського
OKAN University (Istanbul, Turkey)
Norwegian University of Science and Technology (Gjøvik, Norway)
Lublin University of Technology (Lublin, Poland)
Tashkent State Technical University
named after Islam Karimov (Tashkent, Uzbekistan)

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ

OPTIMA

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

8-ї Міжнародної наукової конференції,
присвяченої 100-річчю Національної академії наук України
та 100-річчю Кам'янець-Подільського національного
університету імені Івана Огієнка

Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
2018

УДК 517.97

С. М. Бак, канд. фіз.-мат. наук

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця

ГЕТЕРОКЛІНІЧНІ БІЖУЧІ ХВИЛІ В ДИСКРЕТНОМУ РІВНЯННІ СИНУС-ҐОРДОН З НЕЛІНІЙНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ НА ДВОВИМІРНІЙ ҐРАТЦІ

Розглядається дискретне рівняння синус-Ґордон, яка описує динаміку нескінченної системи нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів, розміщених на цілочисловій двовимірній ґратці. Передбачається, що кожний осцилятор нелінійно взаємодіє з чотирма своїми найближчими сусідами. Тоді рівняння руху системи, що розглядається, мають вигляд

$$\begin{gathered}\ddot{q}_{n,m} = U'\left(q_{n+1,m} - q_{n,m}\right) - U'\left(q_{n,m} - q_{n-1,m}\right) + \\ +U'\left(q_{n,m+1} - q_{n,m}\right) - U'\left(q_{n,m} - q_{n,m-1}\right) - K\sin\left(q_{n,m}\right), \left(n, m\right) \in \mathbb{Z}^2,\end{gathered} \tag{1}$$

де $q_{n,m}(t)$ – узагальнена координата (n, m)-го осцилятора в момент часу t, $K > 0$. Систему (1) можна розглядати як двовимірну версію моделі Френкеля-Конторової ([4]).

Серед розв'язків таких систем особливої уваги заслуговують біжучі хвилі. В статтях [1; 2; 3] вивчались періодичні та гетероклінічні біжучі хвилі для таких систем. Ці результати поширюють результати, одержані в статтях [5; 6] для таких систем на одновимірній ґратці.

Зазначимо, що біжуча хвиля у цьому випадку має вигляд $q_{n,m}(t) = u\left(n\cos\varphi + m\sin\varphi - ct\right)$ і для її профілю $u(s)$, де $s = n\cos\varphi + m\sin\varphi - ct$, рівняння (1) набуде вигляду

$$\begin{gathered}c^2 u''(s) = U'(u(s+\cos\varphi) - u(s)) - U'(u(s) - u(s-\cos\varphi)) + \\ +U'(u(s+\sin\varphi) - u(s)) - U'(u(s) - u(s-\sin\varphi)) - K\sin\left(u\left(s\right)\right).\end{gathered} \tag{2}$$

Профіль гетероклінічної хвилі задовольняє умови

$$\lim_{s\to-\infty} u\left(s\right) = -\pi \quad \text{та} \quad \lim_{s\to+\infty} u\left(s\right) = \pi. \tag{3}$$

Важливу роль відіграють величини

$$c_1^2 := 2\sup_{|r|<6\pi}\left|\frac{U\left(r\right)}{r^2}\right|,$$

$$\delta := \frac{4c_1^2}{c^2 - c_1^2 + c\sqrt{c^2 - c_1^2}}.$$

Припускається, що потенціал $U(r)$ задовольняє умови:

(i) $U \in C^1\left(\mathbb{R}\right), U\left(0\right) = 0$ та $U\left(r\right) \geq 0$ для всіх $r \in \mathbb{R}$.

(ii) $\lim\limits_{r\to\pm\infty} U(r) = +\infty.$

(iii) Існує скінченна границя $\lim\limits_{r\to 0}\left|\dfrac{U(r)}{r^2}\right|.$

(iv) Швидкість хвилі c задовольняє нерівність $c^2 > c_1^2$.

За допомогою варіаційного методу і принципу концентрованої компактності одержано наступний результат.

Теорема ([3]). *Нехай виконуються умови $(i)-(iv)$ і c таке достатньо велике, що $\delta < \pi$. Тоді рівняння (2) має розв'язок u , який задовольняє крайові умови (3).*

Список використаних джерел:

1. Бак С. М. Періодичні біжучі хвилі в дискретному рівнянні синус-Гордона на двовимірній ґратці // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. 2013. Вип. 9. С. 5-10.
2. Бак С. М. Існування гетероклінічних біжучих хвиль в системі осциляторів на двовимірній ґратці // Математичні методи та фізико-механічні поля. 2014. Т. 57. С. 45-52.
3. Bak S. M. The existence of heteroclinic travelling waves in the discrete sine-Gordon equation with nonlinear interaction on a 2D-lattice // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. 2018. Vol. 14, №1.
4. Braun O. M., Kivshar Y. S. The Frenkel-Kontorova Model. Concepts, Methods and Applications. Texts and Monographs in Physics. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 472 p.
5. Kreiner C.-F., Zimmer J. Heteroclinic travelling waves for the lattice sine-Gordon equation with linear interaction // Discrete Contin. Dyn. Syst. 2009. Vol. 25. P. 915-931.
6. Kreiner C.-F., Zimmer J. Travelling wave solutions for the lattice sine-Gordon equation with nonlinear interaction // Nonlinear Anal. 2009. Vol. 70. P. 3146-3158.

УДК 627.324.2/3:532.546:532.72

А. П. Власюк*, д-р техн. наук,
Н. А. Жуковська**, канд. техн. наук,
В. В. Жуковський**,
В. Ю. Федорчук**

*Національний університет «Острозька академія», м. Острог,
**Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОГО НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО ҐРУНТОВОГО МАСИВУ З УРАХУВАННЯМ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНЕСЕННЯ

Розглядається ґрунтовий масив, що складається з n шарів з різними механічними та фізико-хімічними властивостями в кожному з них. Шари ґрунту вважаються пружно-деформівними в межах лінійної теорії пружності