

**Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
СИСТЕМ І ПРОЦЕСІВ
В ОСВІТІ/ПЕДАГОГІЦІ**

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

ВІННИЦЯ - 2019

*Ухвалено до друку вченою радою Вінницького державного педагогічного
університету імені Михайла Коцюбинського
(протокол № 11 від «22» травня 2019 р.)*

Рецензенти:

Ковтонюк М. М. – д. пед. н., професор, завідувач кафедри математики та інформатики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

Касіяненко В. Х. – д. фіз.-мат. н., професор, завідувач кафедри загальної фізики Вінницького національного технічного університету

Клочко О.В.

Математичне моделювання систем і процесів в освіті/педагогіці: Навчальний посібник. – Вінниця, 2019. – 135 с.

У посібнику розглянуті прикладні теорії і методи математичного моделювання систем і процесів в освіті/педагогіці, розроблені автором моделі та технології застосування інструментарію математичного моделювання систем і процесів до пошуку рішень задач в освіті/педагогіці: моделювання багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами, методи кластерного аналізу, класифікації багатовимірних спостережень, методи оптимізації та дослідження операцій, статистичне моделювання. Навчальний посібник орієнтований на практичне застосування апарату математичного моделювання. У ньому продемонстровано адаптовані та впроваджені моделі, наведено технології розробки математичних моделей з метою пошуку оптимальних рішень задач в освіті/педагогіці, розв'язування концептуальних та методологічних проблем у процесі підготовки висококваліфікованих фахівців, формуванні їх наукового і практичного світогляду.

Навчальний посібник рекомендується до використання: студентами, що навчаються на спеціальностях галузі знань «Освіта/Педагогіка» в закладах вищої освіти; аспірантами, які займаються проблемами розв'язування задач та особливостями їх застосування в освіті/педагогіці; викладачам, які читають курси математичного моделювання.

Зміст

Передмова.....	4
Розділ 1 Моделювання багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами	7
1.1 Основні поняття та постановка задачі моделювання багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами.....	7
1.2 Класичний метод аналізу ієрархій.....	10
Розділ 2 Класифікація багатовимірних спостережень. Кластерний аналіз..	23
2.1 Постановка задачі кластерного аналізу.....	23
2.2 Класичний алгоритм застосування методу кластерного аналізу до моделювання систем і процесів в освіті/педагогіці	23
Розділ 3 Методи оптимізації та дослідження операцій в освіті/педагогіці..	37
3.1 Основні поняття та постановка задачі оптимізації.....	37
3.2. Умови існування розв'язків оптимізаційних задач	44
3.3. Приклади оптимізаційних задач та їх форма.....	51
3.4. Основні класи оптимізаційних задач.....	72
3.5. Класичний метод пошуку екстремуму функції однієї змінної.	79
3.6. Задачі оптимального управління.....	86
3.7. Задачі динамічного програмування.....	91
Розділ 4 Статистичне моделювання систем і процесів в освіті/педагогіці..	101
Список позначень.....	114
Відповіді на тестові завдання та задачі до самостійного виконання.....	116
Список використаних джерел.....	119
Допоміжні матеріали.....	128

ПЕРЕДМОВА

Серед професійних вмінь, якими повинен володіти сучасний педагог, важливими є вміння на основі даних спостережень, експериментальних даних будувати та досліджувати математичні моделі систем та процесів, і, використовуючи побудовану модель, здійснювати інтерпретацію одержаних результатів, їх аналіз, а також на основі одержаних результатів генерувати рішення.

Навчання студентів математичному моделюванню, як одному з основних методів пізнання, є методом формування розумових дій, засобом мисленнєвої діяльності. Сама модель виступає як засіб навчання та продукт цієї діяльності.

Опанування інструментарієм подання знань у вигляді математичних моделей, з метою використання в інтелектуальних системах та розв'язування задач у даній галузі забезпечує фундаментальну підготовку студентів, формує вміння оперувати знаннями, добирати адекватні моделі їх подання, досліджувати їх з використанням інформаційно-цифрових технологій. Значущість рукопису навчального посібника пов'язана з його принциповою відмінністю від інших посібників з математичного моделювання систем та процесів для студентів педагогічних спеціальностей, що полягає у більш повній і системній формі викладення теоретичних основ математичного моделювання, що застосовуються до розв'язування задач в освіті/педагогіці, опису параметрів та характеристик основних педагогічних моделей процесів і систем, достатньому обсягу тестових завдань та задач до самостійного виконання.

Науково-методична цінність навчального посібника полягає в тому, що він не тільки узагальнює світовий досвід постановки та методики розв'язування задач математичного моделювання, а й репрезентує прикладні теорії і методи математичного моделювання в педагогіці, нові уявлення щодо способів застосування теорії математичного моделювання до пошуку рішень задач в

педагогіці, розроблені автором моделі та технології застосування інструментарію математичного моделювання систем і процесів до пошуку рішень задач в освіті/педагогіці, репрезентує значущість отриманих знань з методів математичного моделювання у формуванні наукового і практичного світогляду майбутніх фахівців.

Особливістю даного посібника є його міждисциплінарний характер, що спрямований на вирішення основних завдань підготовки студентів педагогічних спеціальностей на високому науково-методичному рівні, формування широкого світогляду фахівців та практичного досвіду пошуку й прийняття рішень на основі «великих даних», що забезпечується ґрунтовно сформованими розділами теоретичного матеріалу та прикладами реалізації отриманих знань на основі задач освіти/педагогіки.

Автором запропоновано структуру навчального посібника, що ґрунтується на методологічному підході до вивчення теорії і практики застосування методів математичного моделювання в педагогіці.

У першому розділі наведено основні поняття та здійснено постановку задачі моделювання багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами, подано метод аналізу ієрархій.

У другому розділі викладено методи кластерного аналізу та класифікації багатовимірних спостережень.

Третій розділ розглядає прикладні теорії і методи оптимізації та дослідження операцій в освіті/педагогіці. У четвертому розділі розглянуті основи статистичного моделювання процесів і систем в освіті/педагогіці.

Розділи закінчуються питаннями, тестами та завданнями до самостійного виконання. Перші дозволяють студентові самостійно перевірити, як і наскільки глибоко він зрозумів прочитаний матеріал, другі допомагають перевірити свої знання на практиці.

Після розділів наведено відповіді на тестові завдання та задачі до самостійного виконання, список позначень, список використаних джерел, допоміжні матеріали.

Використання даного посібника в освітньому процесі спрямоване на забезпечення рішення двох взаємопов'язаних завдань: пізнання теоретичних основ науки математичного моделювання систем та процесів та набуття практичних навичок у розв'язуванні питань побудови, дослідження та використання математичних моделей в освіті/педагогіці.

Вказаний рукопис відповідає змісту програми дисципліни «Системний аналіз та моделювання» підготовки магістрів галузі знань 01 «Освіта/Педагогіка» спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика).

РОЗДІЛ 1

МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ З ІЄРАРХІЧНИМИ СТРУКТУРАМИ

1.1 Основні поняття та постановка задачі моделювання багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами

Метод аналізу ієрархій є методом розв'язування багатокритеріальних задач з ієрархічними структурами, що враховує кількісні та якісні фактори впливу. Він являє собою логічну конструкцію, що забезпечує аналіз складних проблем за допомогою простих правил і приводить до найкращого рішення. Метод аналізу ієрархій є більш гнучким, ніж підхід, заснований на лінійній логіці. Оскільки, навіть в одних і тих же умовах існують різні стилі прийняття рішень.

Метод аналізу ієрархій, що ґрунтується на багатокритеріальному описі проблеми, був запропонований Томасом Лорі Сааті (Thomas Lorie Saaty, 18.07.1926), американським математиком, професором Пенсильванського університету. Застосування даного методу дозволяє враховувати в ієрархії наявні знання та гіпотези дослідника (дослідників) з даної проблеми. Такий підхід збалансовує наявні підходи щодо вирішення проблеми, забезпечує взаємодію дослідників з даної проблеми, надає можливість модифікувати судження і в результаті об'єднати групові судження відповідно до основного критерію: у процесі проведення попарних порівнянь об'єктів по відношенню до деякої характеристики, або характеристик по відношенню до вищої мети, зворотні відношення забезпечують ключ до об'єднання групових суджень раціональним чином. Метод також дозволяє розглядати проблеми конфліктів: в групі людей, що мають спільні цілі; між конкуруючими організаціями, країнами, тощо [91].

У процесі прийняття рішень та прогнозування можливих результатів особа, яка приймає рішення, зазвичай стикається зі складною системою взаємозалежних компонент (бажані результати або цілі, ресурси, особи або

група осіб, тощо), яку потрібно проаналізувати. Як правило, процес прийняття рішень включає в себе такі складові: планування, генерування альтернатив, встановлення пріоритетів, вибір найкращого варіанту поведінки після знаходження ряду альтернатив, розподіл ресурсів, визначення потреб, передбачення результатів, побудова систем, вимірювання характеристик, забезпечення стійкості системи, оптимізація та вирішення конфліктів, тощо.

Ієрархія є деякою абстракцією структури системи, призначеної для вивчення функціональних взаємодій її компонентів і їх впливів на систему в цілому. Ця абстракція може приймати різні подібні форми, в кожній з яких, проводиться спуск з вершини (спільної мети) вниз до підцілей, далі до сил, що впливають на ці підцілі, до осіб, що впливають на ці сили, до цілей окремих осіб, до їх політик, ще далі до стратегій, і, нарешті, до наслідків, що є результатами цих стратегій. Варто відзначити, що існує деяка ступінь інваріантності цієї структури, вищі рівні якої представляють обмеження і сили навколишнього середовища, що спускаються до рівнів дійових осіб, їх цілей, функцій системи, і, нарешті, до її структури, що може бути модифікована або керована (таблиця 1.1). На рисунку 1.1 наведено приклад ієрархічної структури, що характеризує проблему вибору альтернатив (рис. 1.1).

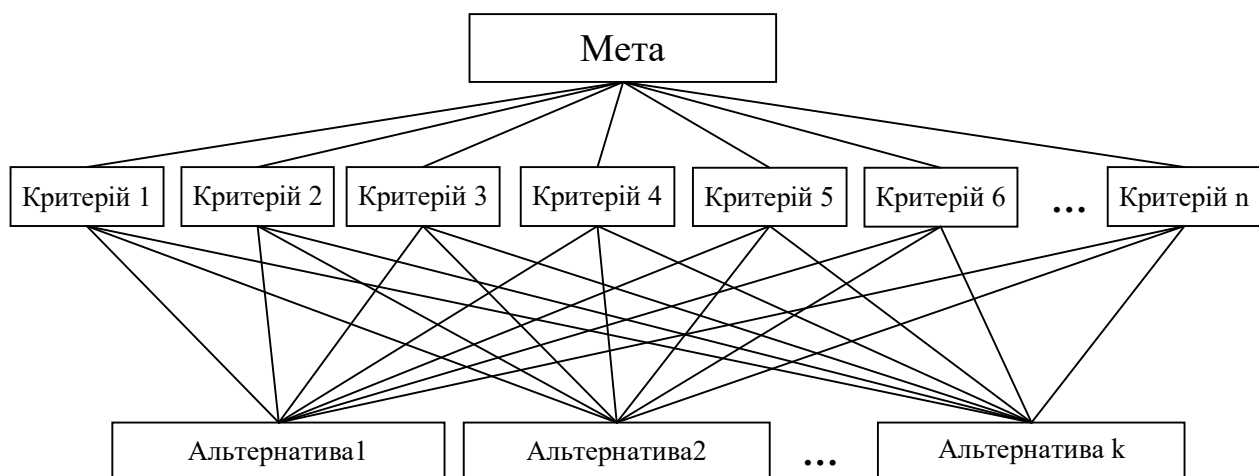


Рис. 1.1 Ієрархічна структура задачі вибору альтернатив

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - М: Высшая школа, 1986.
2. Алексеев В. М., Тихомиров В. М, Фомин С. В. Оптимальное управление. - М.: Наука, 1979.
3. Ананий В. Левитин Глава 9. Жадные методы: Алгоритм Дейкстры // Алгоритмы: введение в разработку и анализ = Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. — М.: «Вильямс», 2006. — С. 189—195. — ISBN 0-201-74395-7
4. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учеб. пособие. — М.: ИНФРА-М, 2003. - 444 с. — (Серия «Высшее образование»). ISBN 5-16-001580-9.
5. Афоничкин А.И. и др. Разработка бизнес-приложений в экономике на базе MS EXCEL : Учеб. / [А. И. Афоничкин, В. Л. Акимов, Е. А. Афоничкина и др.]; Под общ. ред. А. И. Афоничкина. - М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. - 416 с. ISBN 5-86404-174-2.
6. Ашманов С. А. Линейное программирование. - М. Наука, 1981.
7. Базилевич В.Д., Гражевська Н.І., Гайдай Т.В., Леоненко П. М., Нестеренко А. П. Історія економічних учень: Підручник / Київський національний ун-т ім. Тараса Шевченка / Віктор Дмитрович Базилевич (ред.). — К. : Знання, 2004. — 1300 с. : іл. — (Серія "Класичний університетський підручник"). — Бібліогр.: в кінці розд. — ISBN 966-8148-14-2.
8. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. – М.: Радио и связь, 1988
9. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. М.: Наука, 1974. 368с.
10. Батищев Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач / Под ред. Львовича Я. Е.: Учеб. пособие. - Воронеж, 1995.
11. Беллман Р. Динамическое программирование. - М.: ИЛ, 1960.

12. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. - М.: Наука, 1965.
13. Белов В. В., Воробьев Е. М., Шаталов В. Е. Теория графов. — М.: Высш. школа, 1976. — С. 392.
14. Бодров В.И., Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Математические методы принятия решений: Учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2004. - 124 с. ISBN 5-8265-0259-2.
15. В.А. Охорзин. Прикладная математика в системе MATHCAD Учебное пособие. 3-е изд. СПб.: Лань, 2009, 352с. ISBN: 978-5-8114-0814-6.
16. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. пособие для вузов.– 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.– 552 с.– ISBN 5-02-013796-0.
17. Васильков Ю.В., Василькова. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании [Текст]: учебное пособие для студ.вузов, обуч. по эконом. спец. – Москва: Финансы и статистика, 1999. - 256с. : ил. ; 21см. - ISBN 5-279-02098-2
18. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 553с.
19. Вітлінський В.В., Верченко П.І. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: Навч.-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. - К.: КНЕУ, 2000. – 292 с.
20. Вітлінський В.В., Верченко П.І., Сігал А.В., Наконечний Я.С. Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. Посібник / За ред. В.В.Вітлінського. - К.: КНЕУ, 2002. – 446 с.
21. Воробьев Н.Н. Теория игр. – М.: Наука, 1985. – 272с.
22. Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании: – М.: Сов радио, 1966.- 524 с.
23. Гупал А.М. Стохастические методы решения негладких экстремальных задач. - К.: Наукова думка, 1979. –152 с.

24. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения. - М.: Прогресе, 1966. - 600 с.
25. Дж. фон Нейман О. Моргенштерн Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. Главная редакция физико-математической литературы, изд-ва «Наука», 1970.
26. Джонсон Д., Вуд Д., Вордлоу Д., Мэрфи-мл. П. Современная логистика. 8-е изд. — М.: Издательский дом Вильямс , 2009. ISBN 978-5-8459-0969-5.
27. Дубина А., Орлова С., Шубина И., Хромов А. Excel для экономистов и менеджеров. Экономические расчёты и оптимизационное моделирование в среде Excel. – СПб.: Питер, 2004. – 295 с.: ил. ISBN 5-94723-700-8.
28. Дьяконов В. Mathcad 2000: учебный курс. - СПб: Питер, 2000. - 592 с.
29. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. - М.: Наука, 1982.
30. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с. ISBN 978-966-654-242-0.
31. Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990. -384с.
32. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. - М.: Наука, 1976. - 240 с.
33. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. -М.: Наука, 1979. -247с.
34. Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації: Навчальний посібник. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. -608 с. - ISBN 966-8756-04-5.
35. Жиглявский А.А. Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.– 248 с.– ISBN 5-02-0104257-3.
36. Жилинскас А., Шатлянис В. Поиск оптимума: компьютер расширяет возможности. - М.: Наука, 1989, с. 79. – ISBN 5-02-006737-7.

37. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование: Пер. с англ./Под ред. Е.Г. Гольштейна.-М.: Сов радио, 1973.- 312 с.
38. Зыков А. А. Основы теории графов. — М.: «Вузовская книга», 2004. — С. 664. — ISBN 5-9502-0057-8(М.: Наука, 1987. 383с.)
39. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I: Учеб.: Для вузов. – 7-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с. – (Курс вiстей математики и математической физики). – ISBN 5-9221-0536-1.
40. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II: Учеб.: Для вузов. – 4-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 464 с. – (Курс вiстей математики и математической физики). – ISBN 5-9221-0536-1.
41. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / Пер. с англ. Г.И. Жуковой, Ф.Я. Кельмана. – М.: Айрис-пресс, 2002. – 576 с.: ил. – (Высшее образование). ISBN 5-8112-0042-0.
42. Исследование операций. Методологические основы и математические методы: Пер. с англ./ Под ред. И.М. Макарова, И.М. Бескровного.-М.: Мир, 1981.- Т.1.-712 с.
43. Итерационные методы в теории игр и программировании / Под. ред. В. З. Беленького, В. А. Волконского и др. - М.: Наука. - 1974.
44. Карманов В. Г. Математическое программирование: Учеб. пособие.– 5-е изд., стереотип.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.– 264 с.– ISBN 5-9221-0170-6.
45. Кiгель В.Р. Математичнi методи прийняття рiшень у ефективному пiдприємництвi: [монографiя] / В.Р.Кiгель. - К.: IEУГП, 1999. - 269 с.: Ил. - 19, Бiблiогр.: - с. 259-265. ISBN: 966-95510-6-4.
- 45.1. Ключко О.В. Теоретичнi i методичнi засади професiйної пiдготовки майбутнiх менеджерiв аграрного виробництва засобами сучасних iнформацiйно-комунiкацiйних технологiй: автореф. дис. ... д-ра педагогiчних наук: 13.00.04 – теорiя i методика професiйної освiти / О. В. Ключко : Вiнницький державний педагогiчний унiверситет iменi Михайла Коцюбинського. – Вiнниця, 2018. – 41 с.

- 45.2. Ключко О. В. Экспериментальне оцінювання інформатичної складової фахової компетентності майбутніх менеджерів аграрного виробництва / О.В. Ключко, Н.О. Ключко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редрада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2017. – № 19 (26). – 260 с. – С. 123–127.
46. Кормен Т. Х. и др. Часть VI. Алгоритмы для работы с графами // Алгоритмы: построение и анализ = Introduction to Algorithms. — 2-е изд. — М.: Вильямс, 2006. — С. 1296. — ISBN 0-07-013151-1
47. Коршунов В. А., Фролов Е. Б. Моделирование и оптимизация в менеджменте и логистике. — Ваш Домъ, 2009. ISBN 978-5-98204-044-2.
48. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н.; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. Исследование операций в экономике: учеб. Пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ, 2002. — 407 с.
49. Крикавський Є.В. Логістика для економістів: Підручник. – Л.: Вид-во Над. ун-ту "Львівська політехніка", 2004. – 448 с.
50. Лавренов С. М. Excel: Сборник примеров и задач. - М.: Финансы и статистика, 2003. - 336 с.: ил. - (Диалог с компьютером). ISBN 5-279-02130-X.
51. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. - 392с.
52. Ляшенко И.Н, Карагодова Е.А, Черникова Н.В., Шор Н.З. Линейное и нелинейное программирование. Издательское объединение “Вища школа”, 1975. - 372 с.
53. Мертенс А. Инвестиции: Курс лекций по современной финансовой теории. – Киев: Киевское инвестиционное агентство, 1997. - 432 с.
54. Михалевич В.С., Трубин В.А., Шор Н.З. Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования. — М.: Наука, 1986. — 264 с.

55. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. - М.: Наука, 1971.
56. Моисеев Н. Н., Иванюков Ю. П., Столярова Е. М. . Методы оптимизации. — М.: «Наука», 1978. — 351 с.
57. Моклярчук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. – Київ: 2003. 380 с. ISBN 966-7652-15-7.
- 57.1. Монако Т.П. Роль математики в профессиональном становлении студентов экономических специальностей / Т.П. Монако // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 224-228.
58. Наконечний С.І., Савіна С. С. Математичне програмування: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2003. — 452 с. ISBN 966–574–538–7.
59. Нурминский Е.А. Численные методы решения детерминированных и стохастических минимаксных задач. - Киев: Наукова думка, 1979. -160 с.
60. Охорзин В.А. Оптимизация экономических систем. Примеры и алгоритмы в среде Mathcad: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 144 с.: ил. ISBN 5-279-02918-1.
61. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Сьоміна Є. А. Теорія ігор: Учеб. посібник для ун-тов - М.: Вища. шк., Книжковий будинок "Університет", 1998. - С. 304. - ISBN 5-06-001005-8, 5-8013-0007-4.
62. Плотников А.Д. Математическое программирование = экспресс-курс — 2006. — С. 171. — ISBN 985-475-186-4.
63. Под ред. Дж. Ферна и Ли Спаркса Логистика и управление розничными продажами = Logistics and retail management. - 2-е. - Новосибирск: Сибирское университетское изд-во, 2007. - С. 263. - ISBN 5-379-00303-6.
64. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 384.

65. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. . - М.: Наука, 1976.
66. Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. Численные методы в экстремальных задачах. – М.: Наука, 1975. – 319 с.
67. Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. Учебник. – М.: КДУ, Высш. шк., 2002. – 288 с. ISBN: 5-8013-0157-7.
68. Рокафеллор Р. Выпуклый анализ: Пер. с англ./Под ред. А.Д. Иоффе, В.М. Тихомирова.-М.: Мир, 1973.- 469 с.
69. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. Информационно-статистический подход.-М.: Наука, 1978.– 240 с.
70. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учеб. пособие. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.– 368 с.– ISBN 5-9221-0559-0.
71. Таньков К.М., Тридід О.М., Колодязева Т.О. Виробнича логістика: Навч. посіб. – Х.: ВД "ІНЖЕК", 2004. – 352 с.
72. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. - М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. - 912 с: ил. - Парал. тит. англ. - ISBN 0-13-032374-8.
73. Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн Алгоритмы: построение и анализ = Introduction to Algorithms. — 2-е изд. — М.: «Вильямс», 2006. — С. 1296. — ISBN 0-07-013151-1
74. Уилсон Р. Введение в теорию графов. Пер с англ. М.: Мир, 1977. 208с.
75. Федоров В.В. Численные методы максимина. - М.: Наука, 1979.
76. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации: Пер. с англ./Под ред. Е.Г. Гольштейна. -М.: Мир, 1972.- 240 с.
77. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. I / Пред. и прим. А.А. Флоринского. – 8-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 680 с.– ISBN 5-9221-0156-0.

78. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. II. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 810 с. – ISBN 5-9221-0156-0.
79. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. III. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 662 с. – ISBN 5-9221-0156-0.
80. Форд Л., Фалкерсон Д. Поток в сетях. – М.: Мир, 1966. – 276с.
81. Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бейли Дж. В. Инвестиции. Investments. М.: ИНФРА-М, 2010. — 1028 с. ISBN: 978-5-16-002595-7.
82. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. - 367 с. ISBN 5-238-00113-4.
83. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, 1969.
84. Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. Теория и конечные методы. - М.: Наука, 1969.
85. Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования.- М.: Изд-во: Красанд, 2010. – 394 с. ISBN 978-5-396-00162-6.
86. Coyle J., Bardi E., Langley C. Zarzadzanie logistyczne. – Warszawa: PWE, 2002. – 734 s.
87. Diestel R. Graph Theory, Electronic Edition. — NY: Springer-Verlag, 2005. — С. 422.
88. E. W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. // Numerische Mathematik. V. 1 (1959), P. 269-271
89. Fletcher R., Powell M. J. D. A rapidly convergent descent method for minimization // Comp. J., 6, 1963. - P. 163-168.
90. Markowitz H. M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments / H. M. Markowitz. – Oxford ; N.Y. : Blackwell, 1991. – 384 p.
91. Saaty T.L. Relative Measurement and its Generalization in Decision Making: Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement

of Intangible Factors – The Analytic Hierarchy/Network Process / Thomas L. Saaty; RACSAM; Review of the Royal Spanish Academy of Sciences, Series A, Mathematics, Vol. 102, No. 2, 2008. – С. 251–318.

92. ICT Development Index 2017: IDI 2017 Rank [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.itu.int/net4/ITU-D/idi/2016/#idi2016rank-tab>. – Дата звернення: 10.02.18. – Назва з екрана. – Мова англ.
93. ICT Development Index 2016: The ICT Development Index (IDI): conceptual framework and methodology [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.itu.int/en/ITU-/Statistics/Pages/publications/mis2017/methodology.aspx>. – Дата звернення: 10.02.18. – Назва з екрана. – Мова англ.
94. Human Development Report 2016: Human Development for Everyone [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://hdr.undp.org/en/2016-report>. – 2017. – 272 с. – Дата звернення: 10.02.18. – Назва з екрана. – Мова англ.