

Міністерство освіти і науки України
Інститут модернізації змісту освіти
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського
Національний педагогічний університет імені
М. П. Драгоманова
Вінницька академія неперервної освіти

**I Всеукраїнська дистанційна
науково-практична конференція**

**«МЕТОДИЧНИЙ ПОШУК ВЧИТЕЛЯ
МАТЕМАТИКИ»**

Матеріали конференції

16 березня 2017 р.

Вінниця, Україна

УДК 373.5.016:51(06)
ББК 74.262. 21_я5+22.1_я5
М 54

Методичний пошук вчителя математики: зб. наук. праць за матеріалами I Всеукр. дистанц. наук.-практ. конф., 16 березня 2017 р. / Міністерство освіти і науки України, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського [та ін.]. – Вінниця, 2017 – 269 с.

Організаційний комітет

Коломієць А. М. – проректор з наукової роботи ВДПУ імені М. Коцюбинського, доктор педагогічних наук, професор – **голова оргкомітету.**

Цвілик С. Д. – заступник декана факультету математики, фізики та технологій з навчально-методичної та наукової роботи, кандидат педагогічних наук – **заступник голови оргкомітету.**

Матяш О. І. – доктор педагогічних наук, завідувач кафедри алгебри і методики навчання математики – **заступник голови оргкомітету.**

Воєвода А. Л. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук;

Коношевський О. Л. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук;

Калашніков І. В. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук.

Михайленко Л. Ф. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук;

Наконечна Л. Й. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат педагогічних наук;

Панасенко О. Б. – доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, кандидат фізико-математичних наук.

Тютюнник Д. О. – здобувач наукового ступеня кандидата педагогічних наук, кафедра алгебри і методики навчання математики;

Мерінгер В. В. – старший лаборант кафедри алгебри і методики навчання математики.

Відповідальність за автентичність цитат, правильність фактів і посилань несуть автори статей.

УДК 373.5.016:51(06)
ББК 74.262. 21_я5+22.1_я5

© Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського
©Автори статей

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ

1.1. КОНСТРУЮВАННЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ АЛГЕБРИ 9

Бевз Дар'я Вікторівна

СИСТЕМА ЗАДАЧ, РОЗВ'ЯЗАННЯ ЯКИХ БАЗУЄТЬСЯ НА МЕТОДІ
ВИДІЛЕННЯ ПОВНОГО КВАДРАТУ 9

Бойчук Дмитро Юрійович

СКЛАДАННЯ ЗАДАЧ НА ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ З
ВИКОРИСТАННЯМ НЕРІВНОСТІ КОШІ 13

Мороз Микола Петрович

РІВНЯННЯ В ЦІЛИХ ЧИСЛАХ: МЕТОД ЛОКАЛІЗАЦІЇ 17

Панасенко Олексій Борисович

ВІДОМІ І НОВІ ЗАДАЧІ З ТЕОРІЇ ЧИСЕЛ, РОЗВ'ЯЗАННЯ ЯКИХ
БАЗУЮТЬСЯ НА ІДЕЇ РОЗКЛАДУ НА МНОЖНИКИ 21

Сапсай Богдан Юрійович

ПРИЙОМИ КОНСТРУЮВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ ТА ЇХ
ЗАСТОСУВАННЯ У НАВЧАННІ 25

1.2. КОНСТРУЮВАННЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ 29

Кирилюк Владислав Віталійович

ВИВЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ КУБІЧНИХ ТЕТРАЕДРІВ ЯК ДЖЕРЕЛО
НОВИХ ЗАДАЧ 33

Подчос Тетяна Анатоліївна

МІСЦЕ І РОЛЬ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ 38

РОЗДІЛ 2. ЗАДАЧА ОДНА – СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІЗНІ

2.1. РІЗНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ АЛГЕБРИ 42

Бондарчук Вікторія Сергіївна

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ НА СПІЛЬНУ РОБОТУ
РІЗНИМИ СПОСОБАМИ 42

Журавель Вікторія Миколаївна

ТОТОЖНІСТЬ ОДНА – СПОСОБИ ДОВЕДЕННЯ РІЗНІ 48

<i>Кіріченко Олена Ігорівна</i> РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ НА ПОБУДОВУ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНИХ СЕРЕДОВИЩ.....	52
<i>Коношевський Олег Леонідович</i> ГЕОМЕТРИЧНЕ ТЛУМАЧЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ МІЖ СЕРЕДНІМИ ВЕЛИЧИНАМИ	54
<i>Кузьменко Артем Миколайович</i> ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ	58
<i>Молчанова Марина Олександрівна</i> РІВНЯННЯ З ЦІЛОЮ ЧАСТИНОЮ, ЩО ДОЗВОЛЯЮТЬ РІЗНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ.....	62
<i>Орлова Анастасія Русланівна</i> НЕРІВНІСТЬ НЕСБІТА ТА РІЗНІ СПОСОБИ ЇЇ ДОВЕДЕННЯ.....	66
<i>Салій-Машира Катерина Олександрівна</i> ХМАРНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ КЛАСІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ.....	70

2.2. РІЗНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ.....

<i>Бойко Вікторія Володимирівна</i> УДОСКОНАЛЕННЯ УМОВ ФОРМУВАННЯ ЗНАНЬ ТА УМІНЬ УЧНІВ ПРО ВЛАСТИВОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР	74
<i>Забазнова Анастасія Олегівна</i> ДО ПИТАННЯ ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПЛАНІМЕТРІЇ.....	81
<i>Комарніцька Анна Миколаївна</i> УРІЗНОМАНІТНЕННЯ СПОСОБІВ ДОВЕДЕНЬ ТЕОРЕМ В КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ	85
<i>Монько Оксана Юріївна</i> МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ.....	88
<i>Руда Ольга Григорівна</i> РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ДОВЕДЕННЯ РІЗНИМИ СПОСОБАМИ	92
<i>Святецька Наталія Василівна</i> РІЗНІ СПОСОБИ ДОВЕДЕННЯ ВЛАСТИВОСТІ БІСЕКТРИСИ ТРИКУТНИКА.....	95

<i>Шайтанов Максим Сергійович</i> ВИКОРИСТАННЯ ХМАРНИХ СЕРВІСІВ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ.....	99
<i>Шалавінська Вікторія Олександрівна</i> РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ РІЗНИМИ СПОСОБАМИ ЯК ЗАСІБ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ УЧНІВ З ТЕМИ: «ЧОТИРИКУТНИКИ».....	103
<i>Шведюк Анастасія Миколаївна</i> СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЗНАНЬ ТА УМІНЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПОДІБНОСТІ ТРИКУТНИКІВ	108
<i>Шмулян Ярослава Віталіївна</i> МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПРИЙОМІВ РОЗУМОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ.....	111
<i>Ярмолюк Ольга Анатоліївна</i> УРОК ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ЯК ЗАСІБ УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ	115

РОЗДІЛ 3. КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМ ЗАДАЧ В МЕТОДИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

3.1. КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ УЧНІВ АЛГЕБРИ.....	119
<i>Бачинська Роксолана Степанівна</i> ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ ЗАДАЧ НА УРОК АЛГЕБРИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ	119
<i>Бойко Ганна Олександрівна</i> РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ З ПОВСЯКДЕННОГО ЖИТТЯ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА».....	123
<i>Боцюра Катерина Юріївна</i> СИСТЕМА ЗАДАЧ У МЕТОДИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ІРРАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ».....	125
<i>Гонгало Наталія Володимирівна</i> КОНСТРУЮВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ НАВЧАННЯ	132
<i>Дученко Ольга Олександрівна</i> СТВОРЕННЯ СИСТЕМИ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ФІНАНСОВИХ ВМІНЬ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ ..	137

<i>Ігнатій В'ячеслав Григорович, Ясінська Яна</i> ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ ЗА ДОПОМОГОЮ КОНСТРУЮВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ З АЛГЕБРИ	141
<i>Калашнікова Євгенія Ігорівна, Калашніков Ігор В'ячеславович</i> МОДЕЛІ ЯК ЗАСІБ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ФАКТІВ	145
<i>Катеринюк Галина Дмитрівна</i> СИСТЕМА ЗАДАЧ З МАТЕМАТИКИ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ ДЛЯ УЧНІВ СПОРТИВНО-ГУМАНІТАРНОГО ПРОФІЛЮ	150
<i>Клітний Сергій Васильович</i> КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ	154
<i>Кривошея Олена Ігорівна</i> МЕТОД МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ.....	157
<i>Маслюченко Юлія Анатоліївна</i> КОНСТРУЮВАННЯ ЗАДАЧ ПАТРІОТИЧНОГО ЗМІСТУ	161
<i>Мерінгер Василь Вікторович</i> МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ДІАГНОСТИКИ ЗАЛИШКОВИХ ЗНАНЬ УЧНІВ З АЛГЕБРИ.....	165
<i>Москалюк Катерина Степанівна</i> КОМПЕТЕНТІСНО ОРІЄНТОВАНІ ЗАДАЧІ У НАВЧАННІ УЧНІВ МАТЕМАТИКИ	169
<i>Пасіхова Олена Петрівна</i> ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ ВПРАВ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ ЗНАНЬ УЧНІВ З АЛГЕБРИ У 10 КЛАСІ.....	173
<i>Пекна Ірина Олександрівна</i> СИСТЕМА ЗАДАЧ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ.....	178
<i>Терепа Алла Василівна</i> СИСТЕМА ЗАДАЧ, ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ.....	186
<i>Чукарук Інна Юріївна</i> ДИФЕРЕНЦІЙОВАНІ ЗАВДАННЯ ЯК ЗАСІБ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ПІДХОДУ ДО УЧНІВ	190
<i>Шищенко Інна Володимирівна</i> ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ЯК ОБОВ'ЯЗКОВИЙ ЕЛЕМЕНТ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У МЕТОДИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.....	196

Шустова Наталія Юріївна

МІСЦЕ І РОЛЬ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У МЕТОДИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ
ВИКЛАДАЧА МАТЕМАТИКИ ПЕДАГОГІЧНОГО КОЛЕДЖУ 199

**3.2. КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ УЧНІВ
ГЕОМЕТРІЇ 202**

Воєвода Аліна Леонідівна

ПРИЙОМИ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОСТІ МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА
УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ 202

Кузема Олександр Олександрович

СИСТЕМА ЗАДАЧ НА ДОВЕДЕННЯ, ПОВ'ЯЗАНИХ ІЗ
ГЕОМЕТРИЧНИМИ НЕРІВНОСТЯМИ, ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ
МАТЕМАТИЧНОГО ГУРТКА У СЬОМОМУ КЛАСІ..... 205

Мартиненко Дмитро Олександрович

КОНСТРУЮВАННЯ ЗАДАЧ НА РОЗГОРТКИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ
ЗАСОБАМИ СЕРЕДОВИЩА GEOGEBRA..... 208

Матяш Ольга Іванівна

ФОРМУВАННЯ ДОБІРОК ЗАДАЧ-ПЕРЛИНОК У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ
УЧНІВ СТЕРЕОМЕТРІЇ..... 212

Михайленко Любов Федорівна, Михайленко Дмитро Володимирович

ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ СТУДЕНТІВ ВИКОРИСТОВУВАТИ
ПРИЙОМИ КОРЕКЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗНАНЬ ТА УМІНЬ УЧНІВ.... 216

Наконечна Людмила Йосипівна

СИСТЕМА ЗАДАЧ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ СТУДЕНТІВ
РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ КООРДИНАТНИМ МЕТОДОМ..... 221

Панченко Лариса Леонтіївна, Шаповалова Наталія Валентинівна

СИСТЕМИ ЗАДАЧ ЯК ЗАСІБ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ 225

Плюшко Владислав Володимирович

СТЕРЕОМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ВІДСТАНИ ЯК
ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ..... 229

Стецюк Анастасія Валеріївна

СИСТЕМА ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ ПЕРЕРІЗІВ МНОГОГРАННИКІВ.. 236

Тіманова Алла Володимирівна

СИСТЕМА ЗАДАЧ З ПЛАНІМЕТРІЇ СПРЯМОВАНА НА РОЗВИТОК
НАВИЧОК УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ МЕТОДОМ ДОДАТКОВОЇ
ПОБУДОВИ..... 241

<i>Тютюнник Діана Олегівна</i> КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМИ ЗАДАЧ ДЛЯ МОНІТОРИНГУ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ	245
<i>Чернухо Олена Ігорівна</i> ДІАГНОСТИКА РОЗВИНЕНОСТІ ПРИЙОМІВ РОЗУМОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ.....	250
<i>Науменко Таміла Василівна</i> ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ЯК ЕЛЕМЕНТ СИСТЕМИ ЗАДАЧ У МЕТОДИЧНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.....	254
<i>Каишельян Юлія Олександрівна</i> АНАЛІЗ НАВЧАЛЬНО МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ЩОДО КОНСТРУЮВАННЯ СИСТЕМ ЗАДАЧ	257
<i>Люба Ангеліна Анатоліївна</i> ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЕФЕКТИВНИЙ ЗАСІБ КОРЕКЦІЇ ЗНАНЬ І ВМІНЬ УЧНІВ.....	261
<i>Парамзіна Світлана Василівна</i> ФОРМУВАННЯ ПРАКТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ КЛАСІВ З ГУМАНІТАРНИМ ПРОФІЛЕМ НАВЧАННЯ	266

2.2. РІЗНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

Бойко Вікторія Володимирівна

*Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського, студентка 3 курсу*

УДОСКОНАЛЕННЯ УМОВ ФОРМУВАННЯ ЗНАНЬ ТА УМІНЬ УЧНІВ ПРО ВЛАСТИВОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

Постановка проблеми. Важливими передумовами підвищення якості знань з математики в основній школі є їх систематизація, узагальнення і поглиблення. Приведення у систему знань здійснюється на кожному уроці: кожна частка нового матеріалу опирається на засвоєння раніше вивченого, пов'язується з ним, в той же час становить основу для усвідомлення наступної теми. Більш широка систематизація здійснюється на окремих уроках по закінченню значних розділів програми або цілого курсу. Узагальнення і систематизація є складними взаємопов'язаними процесами: ширше узагальнення спричиняє більшу кількість зв'язків та відносин і, відповідно, ширше коло знань, об'єднаних у систему[4]. Традиційно, основним засобом навчання на уроках математики є система задач. Засобом узагальнення і систематизації знань учнів з математики, зокрема геометрії, може бути окрема задача, при розв'язуванні якої можна повторити широке коло теоретичних питань, яку можна розв'язати кількома способами.

Аналіз досліджень і публікацій. Багато вчителів, методистів (Вайман В., Верзілова Н., Готман Е., Каплунович І., Кушнір І., Матяш О., Скопец З., Ясінський В. та ін.) присвятили свої розробки урокам однієї задачі. Зокрема, в цих працях описані можливі технології роботи вчителя на уроці та обґрунтовані позитивні сторони такої роботи [1, 2, 3, 4].

Педагоги і психологи також розглядали цю проблему, але із своєї точки зору. Відповідно сучасним психологічним представленням, структура математичного мислення складається із п'яти підструктур, які перетинаються

між собою. В залежності від індивідуальних особливостей людини якась із них має перевагу над іншими. Це топологічна, проєктивна, порядкова, метрична і алгебраїчна підструктури. Психологи доводять, що домінантна під структура математичного мислення проявляє себе у всіх математичних діях, і в залежності від неї кожний учень вибирає свій індивідуальний метод розв'язування [3].

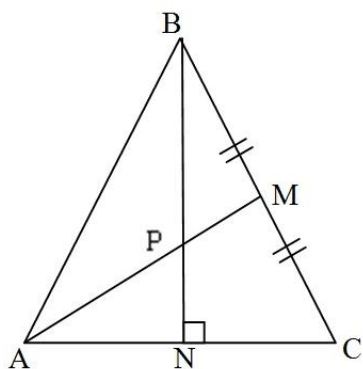
Мета статті. Розкрити можливі шляхи удосконалення умов формування знань та умінь учнів про властивості геометричних фігур.

Виклад основного матеріалу. У процесі розв'язування однієї задачі декількома способами, учні намагаються відшукати більш оригінальне, економне розв'язання. Для цього вони згадують багато теоретичних фактів, методи і прийоми, аналізують їх з точки використаності до даної задачі, ситуації, накопичують певний досвід використання одних і тих знань до різних питань. При розв'язуванні задач одним способом в учнів одна мета – знайти правильну відповідь.

Досить часто при повторенні якогось розділу шкільного курсу геометрії вчителі вважають за раціональне, проводити урок «однієї задачі», зокрема, відбирається задача, яка розв'язується кількома способами і охоплює великий об'єм теоретичного матеріалу. Вважаємо, доцільним використання однієї задачі і для відпрацювання системи математичних тверджень. Наприклад, учні досить часто плутають поняття означення та властивість, або забуваються якісь властивості конкретного поняття.

У шкільному курсі планіметрії учні у 7 класі при вивченні теми «Трикутник і його елементи» ознайомлюються із означенням поняття медіана трикутника. Згодом, у межах цієї теми учні вивчають властивість і ознаку рівнобедреного трикутника (у рівнобедреному трикутнику бісектриса, висота і медіана, проведені з його вершини, збігаються; якщо медіана трикутника є його висотою або бісектрисою, то цей трикутник рівнобедрений) та у цьому ж класі, з'ясовують, що центр кола описаного навколо прямокутного трикутника – середина гіпотенузи. У 8 класі в межах вивчення теми «Подібність

трикутників» передбачено вивчення теореми про медіани трикутника; у 9 класі, в залежності від авторів, учні з'ясовують, що якщо a, b, c сторони трикутника, то його медіана m_a обчислюється за формулою $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ (наслідок з властивості діагоналей паралелограма: у паралелограма сума квадратів всіх його сторін дорівнює сумі квадратів його діагоналей, яка доводиться з використанням векторного методу або застосуванням теореми косинусів). Як бачимо, для ефективного формування знань учнів про медіану та умінь використовувати необхідні твердження у процесі розв'язування задач, необхідно узагальнити та систематизувати наведені вище твердження. Розглянемо задачу: у рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 6 см. З вершини на основу провели перпендикуляр довжиною 12 см. Знайти довжину медіани, проведеної до бічної сторони.



Спосіб 1

Розв'язання:

1) За означенням медіани $BM = MC$;

2) За властивістю рівнобедреного трикутника (BN – висота, медіана, бісектриса) $AN = NC = AC : 2 = 6 : 2 = 3$ (см).

3) За властивістю медіан: $BP : PN = 2 : 1$. Нехай коефіцієнт пропорційності $= x$, тоді $BP = 2x$, $PN = x$, складемо рівняння:

$$BP + PN = BN = 12,$$

$$2x + x = 12,$$

$$x = 4$$

$$PN = 4 \text{ см.}$$

4) Розглянемо $\square APN$ ($\angle ANP = 90^\circ$). За теоремою Піфагора: $AP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (см).

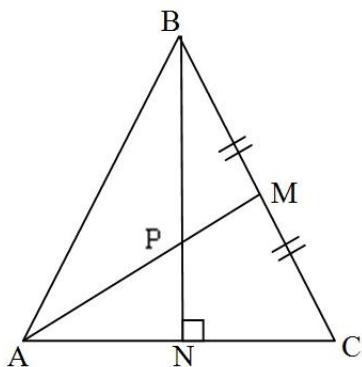
5) Оскільки, AM – медіана за умовою задачі, то за властивістю медіан трикутника $AP : PM = 2 : 1$, тоді $AM = 5 : 2 \cdot 3 = 7,5$ (см).

Відповідь. 7,5 см.

Спосіб 2 (Використання формули

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}.$$

Розв'язання:



1. За властивістю рівнобедреного трикутника (BN – висота, медіана, бісектриса) $AN = NC = AC : 2 = 6 : 2 = 3$ (см).

2. $\triangle ABN = \triangle CBN$ (за катетом і гіпотенузою). З цих трикутників, за теоремою Піфагора маємо: $AB = BC = 3\sqrt{17}$ см.

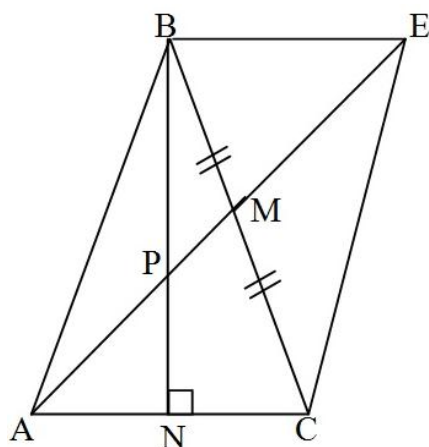
3. Застосуємо формулу $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$ до трикутника ABC :

$$AM = \frac{1}{2}\sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2},$$

$$AM = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 17 + 2 \cdot 36 - 9 \cdot 17} = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Оскільки вивчення попередньої формули у навчальній програмі не передбачено, та не всі її пам'ятають, то при розв'язуванні багатьох задач, де в умові або дано або потрібно знайти медіану, доцільним є використання прийому побудови трикутника до паралелограма.

Спосіб 3



Розв'язання:

1. Добудуємо трикутник ABC до паралелограма $ABEC$.

2. За властивістю діагоналей паралелограма маємо:

$$AE^2 + BC^2 = 2(AB^2 + AC^2),$$

$$AM = \frac{1}{2}AE = x.$$

3. $\triangle ABN = \triangle CBN$ (за катетом і гіпотенузою). З цих трикутників, за теоремою Піфагора маємо: $AB = BC = 3\sqrt{17}$ см.

4. Складемо і розв'яжемо рівняння:

$$4x^2 + 9 \cdot 17 = 2(9 \cdot 17 + 36),$$

$$4x^2 + 153 = 378,$$

$$x^2 = 56,25,$$

$$x = 7,5$$

Отже, $AM = 7,5$ см.

Відповідь. 7,5 см.

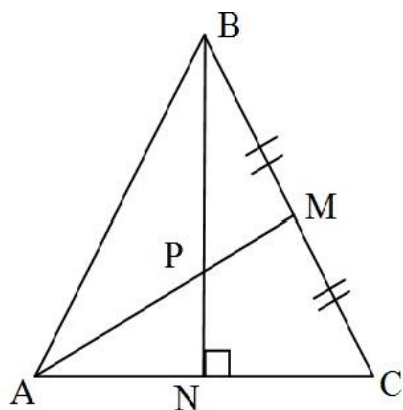
Спосіб 4.

Розв'язання:

1. За теоремою Піфагора з $\triangle NBC$ ($\angle BNC = 90^\circ$) знайдемо $BC = 3\sqrt{17}$ см.

2. У $\triangle NBC$ ($\angle BNC = 90^\circ$): $\cos C = \frac{NC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{17}}$, тоді $MC = 1,5\sqrt{17}$ см.

3. За теоремою косинусів у $\triangle AMC$:



$$AM^2 = AC^2 + CM^2 - 2AC \cdot CM \cdot \cos C,$$

Підставимо значення:

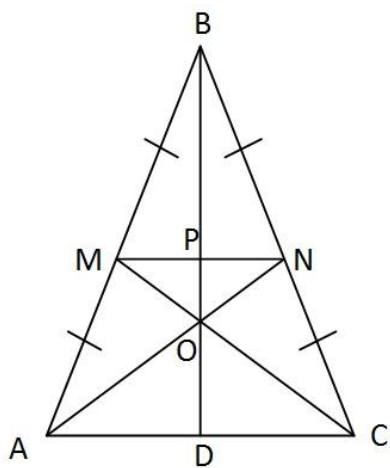
$$AM^2 = 36 + \frac{153}{4} - 2 \cdot 6 \cdot \frac{3\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{17}},$$

$$AM = \sqrt{36 + 38,25 - 18},$$

і отримаємо $AM = 7,5$ см.

Відповідь. 7,5 см.

Спосіб 5.



Розв'язання:

1. Проведемо MN – середню лінію $\triangle ABC$:

$$MN = AC : 2 = 3 \text{ (см)}.$$

2. З того, що $\triangle OMN \sim \triangle OCA$ маємо:

$$PD = BD : 2 = 6 \text{ (см)},$$

$$PO : OD = 1:2 \Rightarrow PO = 2 \text{ см}; OD = 4 \text{ см}.$$

3. У $\triangle MPO$ ($\angle P = 90^\circ$) за теоремою

Піфагора: $MO = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = 2,5$ (см).

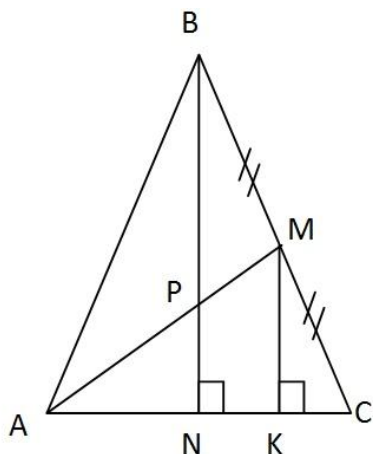
$$CM = 2,5 \cdot 3 = 7,5 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 7,5 см.

Спосіб 6.

Розв'язання:

1. З середини сторони BC опустимо перпендикуляр MK на основу AC .



2. $\angle BSA$ перетинають паралельні прямі BN і MK , тоді за теоремою Фалеса отримаємо:

$$NK = KC = NC : 2 = 1,5 \text{ см}$$

$$MK = BN : 2 = 12 : 2 = 6 \text{ см.}$$

3. У $\square AMK$ ($\angle K = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$AM = \sqrt{MK^2 + AK^2},$$

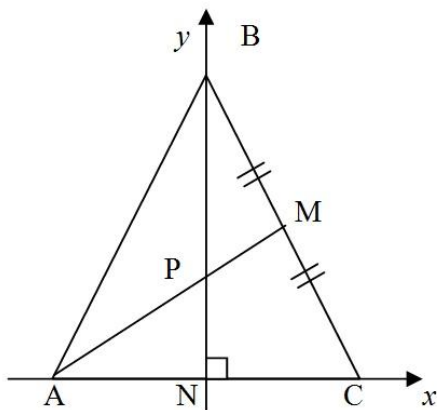
$$AM = \sqrt{6^2 + 4,5^2} = \sqrt{36 + 20,25} = 7,5.$$

Відповідь: 7,5 см.

Також цю задачу можна розв'язати використовуючи координатний та векторний методи.

Спосіб 7.

Розв'язання:



1. Введемо систему координат так, що $A(-3; 0), B(0; 12), C(3; 0), M(x_0; y_0)$

2. Знайдемо координати точки M як середини BC :

$$x_0 = \frac{0+3}{2} = 1,5,$$

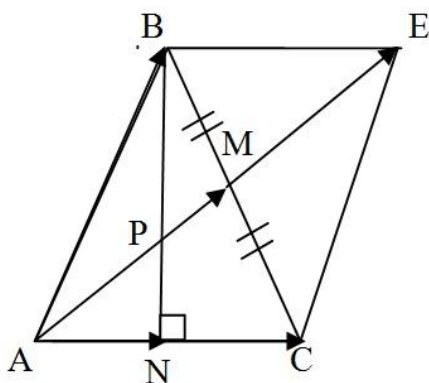
$$y_0 = \frac{12+0}{2} = 6.$$

3. Тоді за формулою знаходження довжини відрізка отримаємо

$$AM = \sqrt{(1,5+3)^2 + (6-0)^2} = 7,5 \text{ см.}$$

Відповідь: 7.5 см [5].

Спосіб 8.



Розв'язання:

1. За правилом трикутника знайдемо вектор \overrightarrow{AB} як суму векторів \overrightarrow{AN} і \overrightarrow{NB} :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NB}.$$

Піднесемо до квадрату і отримаємо:

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{AN}|^2 + 2 \cdot |\overrightarrow{AN}| \cdot |\overrightarrow{NB}| \cdot 0 + |\overrightarrow{NB}|^2,$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+144} = 3\sqrt{17}.$$

$$2. \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}.$$

3. Знайдемо \overrightarrow{AE} за правилом паралелограма :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}, \text{ тоді матимемо } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}), \text{ знову піднесемо до}$$

квадрату і одержимо $|\overrightarrow{AM}| = 7,5 \text{ см.}$

Відповідь: 7,5 см [5].

Висновки. Розв'язування однієї задачі кількома способами активізує навчальну діяльність школярів, прививає інтерес до предмету. До розв'язування задач декількома способами учнів слід привчати поступово. Можна на уроці розглянути один або два способи, а пошук інших способів пропонується на домашнє завдання. Можливо, запропоновані учнями способи розв'язування не завжди раціональні, проте для навчальних і виховних цілей така робота дуже важлива: учні з великою зацікавленістю знаходяться у пошуках, перебираючи у пам'яті варіанти використання вивчених теорем, відомих прийомів і методів розв'язування задач.

Література

- 1) Вайман В. Урок однієї задачі. // Математика в школі. – 2000.-№3.
- 2) Готман Э. Г., Скопец З.А. Задача одна – решения разные. Киев: Рад.школа, 1988.
- 3) Каплунович И.Я., Верзилова Н.И. Урок одной задачи. // Математика в школе. – 2003.- №2.
- 4) Матяш О. І. Формування знань старшокласників про різні методи розв'язування задач стереометрії / О. І. Матяш, В. А. Ясінський, А. В. Прус // Математика в школі. – 2010. – № 10. – С. 8–17.
- 5) Учительський журнал on-line/ Сайт [Електронний ресурс] – режим доступу: <https://www.teacherjournal.in.ua> .

Анотація. У даній статті розкрито можливі шляхи удосконалення умов формування знань та умінь учнів про властивості геометричних фігур.

Ключові слова: медіана трикутника, урок однієї задачі.

Abstract. This article deals with possible ways of improving conditions for the formation of knowledge and skills students about the properties of geometric figures.

Keywords: median triangle lesson of a problem.