

5. Рогов Е.И. Психология общения / Е. И. Рогов. — М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2002. — 336 с.

6. Шабатура Л.Н. Становление социальной компетентности личности в процессе гуманизации профессионального образования : дис. кандидата философ. наук / Л. Н. Шабатура. — Омск, 1996. — 167 с.

*У статті розглянуто трактування змісту поняття компетентність та, зокрема, соціальна компетентність майбутніх фахівців сфери обслуговування. Аналіз праць, присвячених формуванню соціальної компетентності, переконує, що поки ще не однозначно визначені фактори формування соціальної компетентності.*

**Ключові слова:** компетентність, компетенція, соціальна компетентність, виховання, макросоціосередовище, мезосоціосередовище, мікросоціосередовище, виховання і навчання, діяльність, соціальна взаємодія, соціум, спілкування

*В статье рассмотрены трактовки содержания понятия компетентность, и в частности социальная компетентность будущих специалистов сферы обслуживания. Анализ работ, посвященных содержанию социальной компетентности, убеждает, что пока еще не однозначно определены факторы формирования социальной компетентности.*

**Ключевые слова:** компетентность, компетенция, социальная компетентность, макросоциосредовище, мезосоциосредовище, микросоциосредовище, воспитания и обучения, деятельность, социальное взаимодействие, социум, общение

*The article deals with the interpretation of the notion competence and social competence of the future service sector experts in particular. Having analyzed the scientific literature we found out that most commonly the range of factors influencing the formation of social competence was outlined. Among these factors there are external factors (macrosocial environment, mesosocial environment, microsocal environment, education and training, activities, and social interaction) and internal (individual and personal particular qualities of a student). Along with these factors there are the following factors which hamper or constrain the process intensity of social competence formation. These factors can be considered as the low self-esteem, a genetic predisposition to self-destructive behavior or the behavior with swerves, unstable economic, political, social or ideological situation, the lack the material resources to identify own abilities, unhealthy social environment, the impact of «mass culture», no real psychological and pedagogical support in solving personal, social and professional problems in order to overcome various complexes, etc. However, the analysis of researches dealing with the formation of social competence testifies that there are no clearly defined formation factors of social competence yet.*

**Key words:** competence, social competence, education, macrosocial environment, mesosocial environment, microsocal environment, education and training, activities, social interaction, society, communication.

УДК 004.942

А.Г. Яровенко, О.З. Тимошенко  
м. Вінниця, Україна

## АНАЛІЗ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ПОНЯТЬ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ЯК ОСНОВИ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

**Постановка проблеми.** Студенти всіх напрямів підготовки (спеціальностей) і рівнів кваліфікації вивчають математику для того, щоб, у першу чергу, вміти застосовувати її для розв'язання фахових задач. Але застосування математики базується на понятті математичної моделі, якому в загальному курсі підготовки фахівців приділяється дуже мало уваги. Так як побудова і дослідження математичних моделей важливі для всіх спеціальних дисциплін професійної підготовки і мають використовувати знання з цих дисциплін, то логічно (і природно) було б передбачити розгляд конкретних математичних моделей і основних понять математичного моделювання у навчальних програмах цих дисциплін. Але на практиці це далеко не так. Недостатньо, або й зовсім не розглядаються ці питання і в навчальних курсах, присвячених застосуванню сучасних комп'ютерних технологій, методів та засобів для розв'язання фахових задач («Інформатика», «Програмування» тощо). Аналіз навчальних планів та програм навчальних дисциплін підготовки бакалаврів математики в педагогічних університетах дозволяє констатувати про неможливість формування в майбутніх фахівців того

рівня компетенцій з математичного та комп'ютерного моделювання, якого вимагає сучасний стан розвитку науки і техніки.

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** Переважна більшість наукової та навчально-методичної літератури, в якій розглядаються питання моделювання об'єктів, присвячена моделюванню технічних систем [1-6].

Серед невеликої кількості робіт, присвячених власне математичному моделюванню та побудові математичних моделей, можна виділити навчальні посібники [7; 8] та вже класичні праці О. Самарського [9] і А. Мишкіса [10].

У роботах [11-14] розглянуто багато прикладів математичних моделей у точних та гуманітарних науках.

**Метою** цієї роботи є розгляд та аналіз фундаментальних понять теорії подібності як основи побудови математичних моделей об'єктів дослідження.

**Виклад основного матеріалу.** Під об'єктом дослідження (об'єктом-оригіналом) будемо розуміти окремий елемент чи систему, процес, явище або ефект у предметній галузі, поведінка якого досліджується (вивчається) з метою виявлення його основних властивостей та закономірностей чи особливостей функціонування.

Об'єкт є предметом пізнання або практичного впливу. Зауважимо, що об'єкт може бути не тільки реальним чи природним, але й абстрактним та штучним. Він існує незалежно від нас і поза нашою свідомістю, а його поведінка (стан) визначається його внутрішніми (власними) властивостями та впливами зовнішнього середовища, які є властивостями власне предметної галузі і/або властивостями інших об'єктів цієї предметної галузі.

Таким чином, дослідження певного об'єкту має на меті встановлення його природи, структури та властивостей, закономірностей та особливостей його еволюції і функціонування. Початковими етапами дослідження є спостереження та експеримент, які, очевидно, мають справу тільки з одним об'єктом. Але основною задачею наукового дослідження є не вивчення лише одного, окремого об'єкту, а перенесення результатів дослідження на цілу низку аналогічних (схожих, подібних) об'єктів. Наукою, яка визначає, на яку область явищ можуть бути розповсюджені результати одиничного дослідження є теорія подібності, фундаментальними поняттями якої є поняття аналогії та подібності.

Про значення аналогії в наукових дослідженнях свідчать висловлювання видатних математиків:

Д. Пойа: «Напевно не існує відкриттів ні в елементарній, ні у вищій математиці, ні навіть, можливо, в будь-якій іншій галузі, які могли би бути зроблені без аналогії».

С. Банах: «Математик — це той, хто вміє знаходити аналогії між твердженнями, кращий математик — той, хто встановлює аналогії доведень, більш сильний математик — той, хто помічає аналогії теорій; але можна уявити собі і такого, хто між аналогіями бачить аналогії».

Приведемо означення, яке розкриває суть поняття: Аналогії — наявність у двох і більше об'єктах спільних умов (наприклад, властивостей, відношень), які дають змогу переносити інформацію про один об'єкт (модель) на інший (прототип) [15, с.108].

Як відзначає академік О. Самарський, «в переважній більшості випадків при спробі побудувати модель деякого об'єкту або неможливо прямо вказати фундаментальні закони чи варіаційні принципи, яким він підкоряється, або, з точки зору наших сьогоднішніх знань, взагалі немає впевненості в існуванні подібних законів, які допускають математичне формулювання» [9, с. 18]. У подібних випадках найбільш дієвим інструментом побудови математичних моделей досліджуваних об'єктів є аналогія з відомими, раніше вивченими об'єктами. Наприклад, механічний маятник розглядають як модель для вивчення електромеханічних коливань синхронного електричного генератора, а рівняння радіоактивного розпаду — як найпростішу модель динаміки популяцій (модель Мальтуса).

Основними видами аналогових моделей є фізичноподібні та математичноподібні моделі, основою побудови яких є положення теорії подібності.

Під подібністю розуміють властивість мати спільні риси, характер протікання процесу

тощо. Ще з шкільного курсу геометрії відоме поняття геометричної подібності (наприклад, ознаки подібності трикутників), яка в загальному випадку визначається як перетворення евклідового простору, при якому для будь-яких двох точок  $A, B$  та їх образів  $A', B'$  має місце співвідношення  $|A'B'| = k|AB|$ , де  $k$  — додатне число, яке називають коефіцієнтом подібності.

Теорія подібності, родоначальниками якої є І. Ньютон та Ж. Бертран, вивчає умови подібності об'єктів, зокрема, фізичних систем, процесів та явищ.

За визначенням академіка М. Кірпинова «подобными называются явления, происходящие в геометрически подобных системах, если у них во всех сходственных точках отношения одноименных величин есть постоянные числа» [16, с. 5].

У Вікіпедії пропонується таке визначення подібності: «Фізичні явища, процеси або системи подібні, якщо у подібні моменти часу в подібних точках простору значення змінних величин, що характеризують стан однієї системи, пропорційні відповідним величинам іншої системи» [17].

Фізична подібність є узагальненням поняття геометричної подібності, при якій забезпечується рівність усіх відповідних кутів і пропорційність усіх відповідних лінійних розмірів. При фізичній подібності двох систем поля відповідних їх параметрів подібні у просторі і в часі.

Частковими випадками фізичної подібності є:

- *Часова подібність (гомохронність)* виражається пропорційністю інтервалів між відповідними моментами часу. Частковим випадком є синхронність, яка виражається рівністю відповідних моментів часу.

- *Кінематична подібність*, тобто геометрична подібність полів швидкості та полів прискорення, виражається відповідністю напрямків і пропорційністю всіх швидкостей і прискорень.

- *Динамічна подібність*, тобто геометрична подібність силових полів відповідної фізичної природи (сил тяжіння, сил тиску, сил в'язкості тощо) виражається відповідністю напрямків сил і їх пропорційністю. Наприклад, електродинамічна подібність є геометричною подібністю полів струмів, навантажень, потужностей, електромагнітних сил тощо.

- *Температурна подібність*, тобто геометрична подібність температурних полів, виражається відповідністю напрямків теплових потоків та відповідною пропорційністю всіх температур.

- *Механічна подібність* (наприклад, подібність потоків рідин та газів) передбачає наявність геометричної, кінематичної та динамічної подібності.

При розгляді подібних об'єктів розрізняють константи подібності, які є коефіцієнтами пропорційності кожної з величин, та інваріанти подібності або критерії подібності — безрозмірні комплекси розмірних фізичних параметрів, які визначають досліджуваний об'єкт.

Наприклад, у механіці основним критерієм механічної подібності, встановленим Ж.Бертраном, є число Ньютона:

$$Ne = \frac{F \cdot t^2}{m \cdot l} \quad \text{або} \quad Ne = \frac{F}{\rho \cdot l^2 \cdot v^2},$$

де  $F$  — діюча на тіло сила,  $m$  — його маса,  $\rho$  — його густина,  $v$  — швидкість,  $t$  — час,  $l$  — характерний лінійний розмір.

Вікіпедія містить опис більше 70 характеристичних чисел — критеріїв подібності, які широко застосовуються в різних галузях науки і техніки:

- у гідроаеромеханіці — числа Рейнольдса, Ейлера, Фруда, Маха, Лапласа;
- у теплотехніці — числа Фур'є, Пекле, Релея, Нуссельта, Прандтля, Льюїса, Стентона;
- у магнітній гідродинаміці — магнітне число Рейнольдса, числа Альфвена, Гартмана та ін.

В основі теорії подібності лежать три наступні теореми:

– I теорема (Ж.Бертран, 1848 р.): У подібних фізичних процесах однойменні безрозмірні критерії подібності мають одне і те ж значення.

– II теорема —  $\pi$ -теорема (А. Ваші, 1892, Д. Рябушинський, 1911, А. Федерман, 1911, Е. Бакінгем, 1914, Т. Еренфест-Афанасьєва, 1915): Рівняння зв'язку фізичних величин, які характеризують досліджуваний об'єкт, можуть бути представлені у вигляді критеріального рівняння — функціонального зв'язку між критеріями подібності.

– III теорема (М. Кірпічов, А. Гухман, 1930): Подібні ті явища, які відбуваються в геометрично подібних системах, підкоряються одним і тим же рівнянням зв'язку, в яких моноваленти знаходяться в чисельно постійному відношенні і складені з них критерії рівні.

Перша теорема формулює необхідну умову подібності об'єктів (однакові критерії подібності в подібних об'єктах); вказує, що вимірювати потрібно всі ті величини, які входять до критеріїв подібності; дозволяє переносити результати дослідження одного об'єкту тільки на подібні йому об'єкти.

Згідно з другою теоремою, для того щоб результати дослідження одного об'єкту можна було безпосередньо переносити на подібні йому об'єкти, їх (результати) потрібно подавати у вигляді залежностей між критеріями подібності — критеріального рівняння. Тобто, потрібно встановити залежність не між окремими величинами, які характеризують досліджуваний об'єкт, а між їх комплексами — критеріями подібності.

Третя теорема, яку називають оберненою теоремою подібності, а також теоремою моделювання, визначає необхідні і достатні умови подібності об'єктів. Для цього авторами було введено поняття «моновалентів» — визначальних параметрів досліджуваного об'єкту, тобто, параметрів, які дозволяють однозначно виділити певний об'єкт з групи подібних. Якщо під подібністю мовувати розуміти постійність їх відношення і рівність складених із них критеріїв подібності, а також геометричну подібність досліджуваних об'єктів, то третю теорему можна сформулювати так: «Для подібності об'єктів необхідно і достатньо подібності їх мовувати» [16, с. 50].

Автори третьої теореми відзначають, що умови подібності, які накладаються нею, значно обмежують область розповсюдження результатів індивідуального експерименту, тобто клас об'єктів, на які можна перенести результати дослідження одиничного об'єкту. Але при цьому зауважують про достатньо широку область приблизно подібних об'єктів, які також можна використовувати в наукових дослідженнях і моделюванні.

Таким чином, теорія подібності дозволяє замість безпосереднього дослідження об'єкту-оригіналу вивчати (досліджувати) подібний йому об'єкт, який може розглядатися як модель об'єкту-оригіналу.

Саме використовуючи положення і висновки теорії подібності можна виділити основні види аналогових моделей — фізично-подібні та математично-подібні моделі.

Фізично-подібною називатимемо аналогову модель, яка має ту ж фізичну природу, що й об'єкт-оригінал, а між параметрами об'єкту та його моделі існує однозначна відповідність.

Установки та пристрої, на яких проводять дослідження, є фізично-подібними моделями, якщо вони зберігають фізичну подібність процесів моделі до процесів у об'єкті-оригіналі, відтворюючи їх у тому самому чи іншому масштабі, а математичні описи об'єкту і його моделі є аналогічними (якщо не тотожними). Тому за характеристиками і властивостями моделі можна однозначно одержати характеристики і властивості досліджуваного об'єкту.

Прикладами фізично-подібних моделей є модель дослідного заводу для вивчення нового хімічного процесу, діючі моделі літаків та кораблів у зменшеному масштабі, авто- та пілотні тренажери тощо.

Фізично-подібна модель дозволяє охопити явище чи процес у всій повноті, є найбільш адекватною й точною, але досить дорогою, трудомісткою та менш універсальною. Застосовуються такі моделі в різних сферах науки і техніки — електро- і теплоенергетиці, в гідро- та аеродинаміці, у будівельній справі, суднобудуванні, геології, радіотехніці, у

різноманітних задачах кібернетики й біоніки.

Математичноподібна модель — це аналогова модель, яка має фізичну природу, відмінну від природи досліджуваного об'єкту, але має подібний чи однаковий математичний опис.

Тобто, якщо процес функціонування (поведінка) об'єкту описується деяким законом функціонування, який у загальному випадку може бути заданий у вигляді функції, функціоналу, логічних умов, в алгоритмічній чи табличній формі або у вигляді словесного правила відповідності, то поведінка математичноподібної моделі підкоряється тому ж закону і описується тим же оператором або аналогічним (подібним, однорідним) йому.

Такі моделі застосовують, коли характеристики одного (фізичного, соціального, економічного тощо) процесу чи явища використовують для одержання характеристик процесу чи явища іншої природи в інших умовах. Саме тому механічний маятник можна розглядати як модель електромеханічних коливань синхронного електричного генератора, а рівняння радіоактивного розпаду — як найпростішу модель динаміки популяцій.

Здебільшого математичноподібні моделі виконують як електричні моделі, в яких струми, напруги, а іноді й потужності є аналогами величин іншої фізичної природи. Так фізичні процеси в аналоговій обчислювальній машині та об'єкті дослідження мають різну природу за винятком, очевидним, випадків моделювання процесів у електронних приладах.

Метод дослідження, який використовує математичноподібні моделі і полягає у вивченні не об'єкту дослідження, а об'єкту іншої фізичної природи, який описується математичними співвідношеннями, еквівалентними відносно одержуваних результатів, часто називають квазіаналоговим моделюванням.

**Висновки.** Фундаментальні поняття аналогії та подібності є основою побудови математичних моделей об'єктів дослідження, а їх вивчення і розуміння є необхідною складовою умови формування у студентів вищого навчального закладу напрямів підготовки «Математика» та «Фізика» фахової компетентності, зокрема компетентності з математичного моделювання.

### Література:

1. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем / Т.И. Алиев. — СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. — 363 с.
2. Петухов О.А. Моделирование: системное, имитационное, аналитическое. Учеб. пособ./ О.А. Петухов, А.В.Морозов, Е.О.Петухова. — СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. — 288 с.
3. Стеценко І.В. Моделювання систем: Навч. посіб. / І.В. Стеценко — Черкаси : ЧДТУ, 2010. — 399 с.
4. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Учебник для вузов. / В.П. Тарасик. — Минск: ДизайнПРО, 2004. — 640 с.
5. Томашевський В.М. Моделювання систем. / В.М. Томашевський. — К.: Видавнична група ВНУ, 2005. — 352 с.
6. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука / Р.Шеннон. — М.: Мир, 1978. — 418 с.
7. Введение в математическое моделирование. Учеб. пособ. / Под ред. П.В.Трусова. — М.: Логос, 2005. — 440 с.
8. Станжицький О.М. Основи математичного моделювання: Навч. посіб./ О.М.Станжицький, Є.Ю.Таран, Л.Д.Гординський. — К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006. — 96 с.
9. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры./ А.А. Самарский, А.П. Михайлов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 320 с.
10. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей./А.Д. Мышкис. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с.
11. Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике. В 2 томах. Пер. с англ./ Х. Гулд, Я. Тобочник. — М.: Мир, 1990. — 349 с.
12. Зайцев В.Ф. Математические модели в точных и гуманитарных науках. / В.Ф.Зайцев. — СПб.: ООО «Книжный дом», 2006. — 112 с.
13. Майер Р.В. Компьютерное моделирование физических явлений: Монография / Р.В.Майер. — Глазов: ГГПИ, 2009. — 112 с.
14. Математические модели природы и общества. / Н. Н. Калиткин, Н.В. Карпенко, А. П. Михайлов, В.Ф. Тишкин, М. В. Черненко. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 360 с.
15. Енциклопедія кібернетики. Том 1. / За ред. В.М. Глушкова. — К.: Гол. ред. УРЕ, 1973. — 584 с.
16. Кирпичев М.В. Теория подобия. — М.: Изд-во АН СССР, 1953. — 97 с.

17. Вікіпедія : [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://uk.wikipedia.org/>

*У статті розглядаються й аналізуються фундаментальні поняття аналогії та подібності як основи побудови математичних моделей об'єктів дослідження. Застосування основних положень і висновків теорії подібності дозволяє виділити класи фізично- та математичноподібних моделей.*

**Ключові слова:** об'єкт дослідження, модель, моделювання, аналогія, подібність, критерій подібності, фізична модель, математична модель.

*В статье рассматриваются и анализируются фундаментальные понятия аналогии и подобия как основы построения математических моделей объектов исследования. Применение основных положений и выводов теории подобия позволяет выделить классы физически- и математически-подобных моделей.*

**Ключевые слова:** объект исследования, модель, моделирование, аналогия, подобие, критерий подобия, физическая модель, математическая модель.

*In the article discusses and analyzes the fundamental notions of analogy and similarity as the basis for the development of mathematical models of objects of research. Application of key provisions and conclusions of theory of similarity allows selecting classes physically and mathematically based models.*

**Key words:** object of research, model, modeling, analogy, similarity, criterion of similarity, physical model, mathematical model.