

Міністерство освіти і науки України  
Національна академія наук України  
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка  
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України  
Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є Пухова НАН України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Norwegian University of Science and Technology (Gjøvik, Norway)  
Lublin University of Technology (Lublin, Poland)  
Tashkent State Technical University named  
after Islam Karimov (Tashkent, Uzbekistan)  
Okan University (Istanbul, Turkey)



## **СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОГНОЗУВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ**



**ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ**  
9-ї Міжнародної наукової конференції

Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка  
2020

УДК 517.97

**С. М. Бак**, канд. фіз.-мат. наук

Вінницький державний педагогічний університет  
імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця

### ПРО ІСНУВАННЯ БІЖУЧИХ ХВИЛЬ В СИСТЕМАХ ТИПУ ФЕРМІ-ПАСТИ-УЛАМА НА ДВОВИМІРНІЙ ҐРАТЦІ

Розглядається система типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці. Нехай  $q_{n,m}(t)$  – координата  $(n, m)$ -ї частинки в момент часу  $t$ . Передбачається, що кожна частинка нелінійно взаємодіє з чотирма своїми найближчими сусідами. Тоді рівняння руху системи, що розглядається, мають вигляд

$$\ddot{q}_{n,m} = W_1'(q_{n+1,m} - q_{n,m}) - W_1'(q_{n,m} - q_{n-1,m}) + \\ + W_2'(q_{n,m+1} - q_{n,m}) - W_2'(q_{n,m} - q_{n,m-1}), (n, m) \in \mathbb{Z}^2. \quad (1)$$

В статтях [1; 2; 5; 6; 10; 13] вивчались біжучі хвилі в системах осциляторів, в [4; 7; 8; 9; 12] – в дискретних рівняннях типу синус-Гордона, а в [3; 11; 14; 15] – в системах типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці.

Зазначимо, що біжуча хвиля у цьому випадку має вигляд  $q_{n,m}(t) = u(ncos\varphi + msin\varphi - ct)$  і для її профілю  $u(s)$ , де  $s = ncos\varphi + msin\varphi - ct$ , рівняння (1) набуде вигляду

$$c^2 u''(s) = W_1'(u(s + cos\varphi) - u(s)) - W_1'(u(s) - u(s - cos\varphi)) + \\ + W_2'(u(s + sin\varphi) - u(s)) - W_2'(u(s) - u(s - sin\varphi)). \quad (2)$$

За допомогою варіаційного підходу одержано умови існування періодичних і відокремлених біжучих хвиль для системи (1).

#### Список використаних джерел:

1. Бак С.Н. Бегущие волны в системах осцилляторов на двумерных решетках / С.Н. Бак, А.А. Панков // Український математичний вісник. – 2010. – Т. 7, №2. – С. 154-175.
2. Бак С.М. Існування відокремлених біжучих хвиль для системи нелінійно зв'язаних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Український математичний журнал. – 2017. – Т. 69, №4. – С. 435-444.

3. Бак С.М. Існування періодичних біжучих хвиль в системі Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичні студії. – 2012. – Т. 37, №1. – С. 76-88.
4. Бак С. М. Періодичні біжучі хвилі в дискретному рівнянні  $\sin$ -Гордона на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2013. – Вип. 9. – С. 5–10.
5. Бак С.М. Існування дозвукових періодичних біжучих хвиль в системі нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2014. – Вип. 10. – С. 17-23.
6. Бак С.М. Існування надзвукових періодичних біжучих хвиль в системі нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. – 2015. – Вип. 12. – С. 5-12.
7. Бак С.М. Існування гетероклінічних біжучих хвиль у системі осциляторів на двовимірній ґратці / С.М. Бак // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2014. – Т. 57, №3. – С. 45-52.
8. Bak S.M. Existence of heteroclinic traveling waves in a system of oscillators on a two-dimensional lattice / S.M Bak // Journal of Mathematical Sciences. – 2016. – Vol. 217, №2 (August). – P. 187-197.
9. Bak S. The existence of heteroclinic traveling waves in the discrete sine-Gordon equation with nonlinear interaction on a 2D-lattice / S. Bak // Journal of mathematical physics, analysis, geometry. – 2018. – Vol. 14, №1. – P. 16-26.
10. Bak S.M. Existence of solitary traveling wave in a system of nonlinearly coupled oscillators on the 2D lattice / S.M Bak // Ukrainian mathematical Journal. – 2017. – Vol. 4 (69). – P. 509-520.
11. Bak S.M. Existence of solitary traveling waves in Fermi-Pasta-Ulam system on 2D lattice / S.M. Bak, G.M Kovtonyuk // Matematychni Studii. – 2018. – Vol. 50, №1. – P. 75-87.
12. Bak S. M. Homoclinic traveling waves in discrete sine-Gordon equation with nonlinear interaction on 2D lattice / S.M Bak // Matematychni Studii. – 2019. – Vol. 52, № 2. – P. 176-184.
13. Feckan M. Traveling waves in Hamiltonian systems on 2D lattices with nearest neighbour interactions / M. Feckan, V. Rothos // Nonlinearity. – 2007. – Vol. 20. – P. 319-341.
14. Friesecke G., Matthies K.. Geometric solitary waves in a 2D mass-spring lattice / G. Friesecke, K. Matthies // Discrete and continuous dynamical systems. – 2003. – Vol. 3, №1 (February). – P. 105-114.
15. Srikanth P. On periodic motions of two-dimensional lattices / P. Srikanth // Functional analysis with current applications in science, technology and industry. – 1998. – Vol. 377. – P. 118-122.